تمرين 1

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=1+\frac{2\ln x}{x}$$

$(\mathscr{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1 (ا) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، فسر النتيجتين هندسيا

(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ شكل جدول تغيّراتها

2 (ا) ادرس وضعية المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$

(ب) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 1

(ج) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1;2[$ حلا وحيدا α، حيث $e^{-0,4}<\alpha<e^{-0,3}$

3 أنشئ (T) و $(\mathscr{C}_f)$

4 لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-0$ بما يلي :

$$h(x)=1+\frac{2\ln|x|}{|x|}$$

و ليكن $(\mathscr{C}_h)$ تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

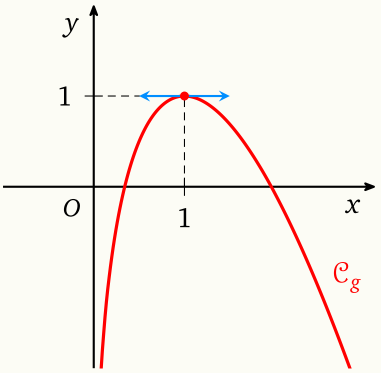
(ا) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h(x)-h(-x)=0$. ماذا تستنتج ؟

(ب) أنشئ المنحنى $(\mathscr{C}_h)$ إعتمادا على المنحنى $(\mathscr{C}_f)$

(ج) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة : $\ln x^2=(m-1)|x|$

BAC S 2014

تمرين 2



نعتبر الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$g(x) = ax + (bx + c)\ln x$$

حيث a، b و c أعداد حقيقية و $(\mathcal{C}_g)$ في الشكل المقابل هو تمثيلها البياني

1 المماس للمنحنى $(\mathcal{C}_g)$ في النقطة $(1;1)$ يوازي محور الفواصل.
علما أنّ $f(2) = 2 - 3\ln 2$ بيّن أنّ $a = c = 1$ و $b = -2$

2 نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = x + (1 - 2x)\ln x$$

عيّن نهاية الدالة f عند 0 و عند $+\infty$

3 (ا) عيّن f' الدالة المشتقة للدالة f

(ب) ادرس على المجال $]0;+\infty[$ إشارة كل من العبارتين $-2\ln x$ و $\dfrac{1-x}{x}$ ثمّ استنتج إشارة $f'(x)$

(ج) استنتج إتجاه تغيّر الدالة f و شكل جدول تغيّراتها

4 ليكن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x$

(ا) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $(1-2x)\ln x = 0$ و أعط تفسيرا هندسيا لهذه الحلول

(ب) استنتج وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم Δ

تمرين 3

الجزء الأول g هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$g(x)=1+x^2+2\ln(x)$$

1. ادرس اتجاه تغيّر الدالة g.
2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0{,}52;0{,}53[$ حلا وحيدا α
3. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

الجزء الثاني f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=-x+\frac{3+2\ln(x)}{x}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty\\ <}} f(x)$
2. (ا) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$
   (ب) شكل جدول تغيّرات الدالة f
   (ج) تحقق أنّ : $f(\alpha)=2\left(\dfrac{1}{\alpha}-\alpha\right)$ ثمّ عيّن حصرا له
3. (ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ ثمّ فسر النتيجة هندسيا
   (ب) ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى مستقيمة المقارب المائل Δ
   (ج) بيّن أنّ $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا $\mathcal{T}$ يوازي Δ يطلب كتابة معادلة ديكارتية له
   (د) m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا و حسب قيم m، عدد حلول المعادلة : $3+2\ln(x)-mx=0$
4. نقبل أنّ $(\mathcal{C}_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما x_0 و x_1 حيث : $0{,}22<x_0<0{,}23$ و $2{,}11<x_1<2{,}13$
   أنشئ $\mathcal{T}$، Δ و $(\mathcal{C}_f)$

تمرين 4

الجزء الأول g هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$g(x) = 1 - x + \ln x$$

1 ادرس اتجاه تغيّر الدالة g

2 احسب $g(1)$ و استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

الجزء الثاني لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = \frac{\ln x}{x - \ln x}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1 (ا) احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}$

(ب) ماذا تستنتج ؟

2 (ا) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{(x - \ln x)^2}$$

(ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثمّ شكل جدول تغيّراتها

3 عيّن قيم العدد الحقيقي k التي من أجلها يكون للمعادلة $f(x) = k$ حلا وحيدا

4 (ا) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 1

(ب) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x، لدينا :

$$f(x) - x + 1 = \frac{x g(x)}{x - \ln x}$$

(ج) استنتج الوضعية النسبية للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المماس (T)

5 ارسم (T) و $(\mathcal{C}_f)$

6 استعمل $(\mathcal{C}_f)$ لانشاء في نفس المعلم $(\mathcal{C}_h)$ منحنى الدالة $h : x \mapsto \dfrac{\ln(x)}{\ln(x) - x}$

تمرين 5

الجزء الأول g هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+1-\ln(x)$

1 ادرس اتجاه تغيّر الدالة g

2 احسب $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ثمّ بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$، $g(x)>0$

الجزء الثاني f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=\frac{\ln(x)}{x}+x-1$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1 احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2 (ا) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$، $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

(ب) شكل جدول تغيّرات الدالة f

3 اكتب معادلة للمماس $\mathcal{T}$ للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة التي فاصلتها 1

4 (ا) بيّن أنّ $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا Δ حيث : $y=x-1$ معادلة له

(ب) ادرس الوضع النسبي لـ $(\mathcal{C}_f)$ و Δ

5 ارسم المستقيمين $\mathcal{T}$ و Δ ثمّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$

6 m عدد حقيقي. Δ_m المستقيم حيث : $y=mx-m$ معادلة له.

(ا) تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي m، النقطة $A(1;0)$ تنتمي إلى المستقيم Δ_m

(ب) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط عدد حلول المعادلة : $y=mx-m$

7 (ا) جد دالة أصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln(x)}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$

(ب) احسب I_n مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$، المستقيم Δ و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=n$ عدد طبيعي $(n>1)$

(ج) عيّن أصغر عدد طبيعي n_0 بحيث إذا كان $n>n_0$ فإنّ : $I_n>2$.

BAC S 2016

تمرين 6

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي :

$$f(x) = 1 - \frac{\ln(x^2)}{x}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1 (أ) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها و فسر النتائج بيانيا

(ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم Δ ذي المعادلة $y = 1$

2 (أ) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f و شكل جدول تغيّراتها

(ب) أثبت أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]-1\,;-\frac{1}{2}[$

3 (أ) x عدد حقيقي كيفي غير معدوم، احسب $f(-x) + f(x)$. ماذا تستنتج ؟

(ب) أثبت أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا $\mathcal{T}$ يمّر بالنقطة $I(0;1)$ و يمّس $(\mathcal{C}_f)$ في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما .
جد معادلة لهذا المماس

4 أنشئ المماس $\mathcal{T}$ و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$

5 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx + 1$

6 f هي الدالة المعرفة على g بما يلي :

$$g(x) = 1 + \frac{\ln(x^2)}{|x|}$$

(أ) بيّن أنّ الدالة g هي زوجية

(ب) دون دراسة تغيّرات الدالة g، أنشئ $(\mathcal{C}_g)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق معللاً ذلك.

تمرين 7

g هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x-1-2\ln x$

و $(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ وحدة الطول هي $2\,\text{cm}$

1 (ا) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ و شكل جدول تغيّراتها

(ج) أثبت أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما 1 و الآخر α حيث : $3{,}5<\alpha<3{,}6$

(د) استنتج إشارة $g(x)$ ثمّ إشارة $g\left(\dfrac{1}{x}\right)$ على المجال $]0;+\infty[$

2 f هي الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=-x^2+x+x^2\ln x, & x>0\\ f(0)=0 \end{cases}$$

(ا) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \dfrac{f(x)}{x}$ و استنتج أنّ $(\mathcal{C}_f)$ يقبل في النقطة O مماسا (T_1) حيث $y=x$ معادلة له

(ب) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

(ج) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ فإنّ : $f'(x)=xg\left(\dfrac{1}{x}\right)$

(د) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f و شكل جدول تغيّراتها

(هـ) بيّن أنّ : $f\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)=\dfrac{\alpha-1}{2\alpha^2}$. استنتج حصرا للعدد $f\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)$

3 أثبت أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل في نقطة يطلب تعيينها مماسا (T_2) يُوازي المماس (T_1). اكتب معادلة لـ (T_2)

4 ارسم (T_1)، (T_2) و $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $[0;3]$

5 k عدد حقيقي. عيّن بيانيا قيم k التي من أجلها يكون للمعادلة $f(x)-x=k$ ذات المجهول x حلين متمايزين

تمرين 8

الجزء الأول g هي الدالة المعرفة على $]-1\,;+\infty[$ بما يلي :

$$g(x)=\frac{x-1}{x+1}+\ln(x+1)$$

1 (أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to -1\\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجالة $]-1\,;+\infty[$ ثمّ شكل جدول تغيّراتها

2 (أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0{,}4<\alpha<0{,}5$

(ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1\,;+\infty[$

الجزء الثاني f هي الدالة المعرفة على $]-1\,;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=1+(x-1)\ln(x+1)$$

1 احسب $\lim\limits_{\substack{x \to -1\\ >}} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2 (أ) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1\,;+\infty[$، ثمّ شكل جدول تغيّراتها.

(ب) بيّن أنّ : $f(\alpha)=-\alpha+4-\dfrac{4}{\alpha+1}$ ثمّ أعط حصرا لـ $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2})

3 ليكن a عدد حقيقي من المجال $]-1\,;+\infty[$، نسمّي (T_a) مماس المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ عند النقطة ذات الفاصلة a.

نضع من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1\,;+\infty[$: $h(x)=f(x)-\left[f'(a)(x-a)+f(a)\right]$

(أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x المجال $]-1\,;+\infty[$: $h'(x)=f'(x)-f'(a)$

(ب) باستعمال اتجاه تغيّر الدالة g، عيّن إشارة $h'(x)$ حسب قيم x و استنتج اتجاه تغيّر h على المجال $]-1\,;+\infty[$

(ج) حدد الوضع النسبي للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و (T_a)

4 (أ) بيّن أنّه يوجد مماسان (T_{a_1}) و (T_{a_2}) يشملان النقطة $A(1;0)$ يطلب تعيين معادلتيهما

(ب) ارسم المماسين و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$

تمرين 9

الجزء الأول نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x-x\ln x$

1 (أ) احسب $\lim\limits_{x\underset{>}{\to}0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثمّ شكل جدول تغيّراتها

2 بيّن أنّ المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $3{,}5<\alpha<3{,}6$

3 استنتج إشارة العبارة $g(x)+1$ على المجال $]0;+\infty[$

الجزء الثاني لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=\frac{\ln x}{x+1}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد، حيث : $\|\vec{i}\|=2\text{ cm}$ و $\|\vec{j}\|=4\text{ cm}$

1 بيّن أنّ $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x=0$ و $y=0$

2 (أ) برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$

(ب) بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha]$ و متناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$ ثمّ شكل جدول تغيّراتها.

(ج) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

(د) احسب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$، فسّر النتيجة هندسيا.

3 (أ) بيّن أنّ : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha}$

(ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدوّر النتائج إلى 10^{-2})

(ج) ارسم $(\mathcal{C}_f)$

4 نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي

$$x^2+x-2m(x+1)=\ln(x^2)\quad\cdots\quad(E)$$

(أ) تحقق أنّ المعادلة (E) يؤول حلّها إلى حل المعادلة : $f(x)=\dfrac{1}{2}x-m$

(ب) عيّن بيانيا قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلّين متمايزين

5 h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي :

$$h(x)=\frac{\ln(|x|)}{-|x|-1}$$

و $\mathcal{C}_h$ منحناها البياني في المستوى

(أ) بيّن أنّ الدال h زوجية

(ب) ارسم في نفس المعلم المنحنى $\mathcal{C}_h$ مستعينا بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$

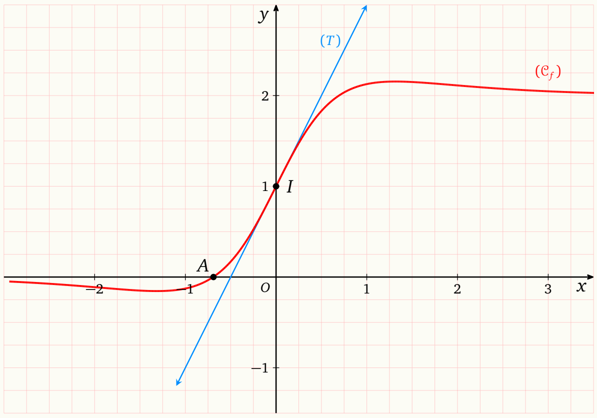
BAC TM 2016

تمرين 10

الجزء الأول نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$g(x)=\frac{2e^{2x}-e^{x}}{e^{2x}-e^{x}+1}$$

المنحنى $(\mathcal{C}_g)$ في الشكل التالي هو التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس، و المستقيم (T) هو المماس للمنحنى $(\mathcal{C}_g)$ في النقطة $I(0;1)$



1 (ا) احسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ محددا المستقيم المقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_g)$

(ب) احسب نهاية الدالة g عند $+\infty$ محددا المستقيم المقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_g)$

(ج) احسب فاصلة A، نقطة تقاطع $(\mathcal{C}_g)$ مع محور الفواصل

2 بقراءة بيانية و دون حساب :

(ا) أعط حسب قيم x إشارة $g(x)$

(ب) أعط قيمة $g'(0)$

الجزء الثاني f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x)=\ln(e^{2x}-e^{x}+1)$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1 (ا) احسب نهاية الجالة f عند $-\infty$

(ب) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=2x+\ln(1-e^{-x}+e^{-2x})$

(ج) استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$

(د) أثبت أنّ المستقيم (d) ذي المعادلة $y=2x$ هو مقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $+\infty$

2 (ا) أثبت أنّ g هي الدالة المشتقة للدالة f

(ب) استنتج جدول تغيّرات الدالة f

3 ارسم المستقيم (d) و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$

4 m عدد حقيقي موجب تماما . لتكن المعادلة (E) التالية ذات المجهول الحقيقي x:

$$e^{2x}-e^{x}+1-m=0$$

(ا) ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E)

(ب) ناقش بالحساب حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E)

تمرين 11

الجزء الأول g هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$g(x)=x^2-\frac{1}{x^2}-4\ln x$$

1 ادرس اتجاه تغيّر الدالة g

2 احسب $g(1)$ و استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x، إشارة $g(x)$

الجزء الثاني f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4x^2}-(\ln x)^2$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. وحدة الرسم : 5 cm

1 أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$، $f(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$

2 احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ (يمكن استخراج x^2 كعامل مشترك). احسب نهاية الدالة f عند 0

3 (ا) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$، $f'(x)=\frac{1}{2x}g(x)$

(ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثمّ شكل جدول تغيّراتها

4 أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$

5 ادرس اتجاه تغيّر الدالة $h: x\mapsto f(x)-x$ ثمّ استنتج أنّ المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0;1[$

6 أثبت أنّ $f(x)=\frac{1}{x}$ تقبل حلا وحيدا β على المجال $]0;1[$. أثبت أنّ $\alpha\times\beta=1$

تمرين 12

الهدف هو دراسة الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$

$$f(x)=\frac{\ln(e^{2x}-1)}{e^x}$$

الجزء الأول

1 نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=2x-(x-1)\ln(x-1)$

(ا) اعتمادا على النتيجة : $\lim_{x\to 0} x\ln x=0$ احسب نهاية الدالة g عند 1

(ب) احسب $g'(x)$ من أجل x ينتمي إلى المجال $]1;+\infty[$

(ج) حل في المجال $]1;+\infty[$ المتراجحة : $1-\ln(x-1)>0$

(د) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]1;+\infty[$

(هـ) أثبت أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[e+1;e^3+1]$ ثمّ ادرس إشارة $g(x)$ على كل من المجالين $]1;\alpha[$ و $]\alpha;+\infty[$

2 φ هي الدالة المعرفة على $]1;+\infty[$ بما يلي :

$$\varphi(x)=\frac{\ln(x^2-1)}{x}$$

(ا) احسب نهاية الدالة φ عند 1. نقبل أنّ نهاية الدالة φ عند 0 هي $+\infty$

(ب) احسب $\varphi'(x)$. أثبت أنّ $\varphi'(x)$ هي من إشارة $g(x^2)$ على المجال $]1;+\infty[$

(ج) أثبت أنّ φ متزايدة تماما على المجال $]1;\sqrt{\varphi}[$ و متناقصة تماما على المجال $]\sqrt{\varphi};+\infty[$

الجزء الثاني

1 أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$، $f(x)=\varphi(e^x)$

2 أستنتج :

(ا) نهاية f عند 0

(ب) نهاية f عند $+\infty$

(ج) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ و تحقق أنّ f تقبل قيمة عظمى عند $\ln\left(\sqrt{\alpha}\right)$

3 أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ،

$$f(x)\leqslant\frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha-1}$$

4 أنقل و أكمل الجدول التالي بقيم تقريبية إلى 10^{-2}

x	0,1	0,5	1	1,5	2	3
$f(x)$						

5 أنشئ التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد، الوحدة على محور الفواصل : 5 cm و الوحدة على محور التراتيب : 10 cm

كما نأخذ 10 كقيمة تقريبية للعدد α