من امتحانات بكالوريا الجزائر ...

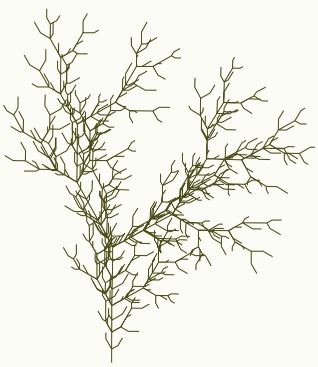
Années : 2008-2017

الهندسة في الفضاء

الشعب : علوم ، تقني رياضي و رياضيات

كمال حامدي

58



عدد التمارين :

حوليات البكالوريا

علوم - رياضيات - تقني رياضي

الهندسة في الفضاء

حامدي كمال

آخر تحديث : 7 جويلية 2017

المحتويات

شعبة علوم

تمرين 1 **علوم – 2017 – الموضوع الأول (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

نعتبر النقطة $A(1;-1;2)$ و المستوي $(\mathcal{P})$ ذا المعادلة $x-y+z+2=0$ و المستقيم $(\mathcal{D})$ المعرف بـ : $\begin{cases} x+y-9=0 \\ y+z-4=0 \end{cases}$

1 عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\mathcal{D})$

2 جد معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P}')$ الذي يشمل A و يوازي $(\mathcal{P})$

3 أثبت أنّ $(\mathcal{D})$ يقطع $(\mathcal{P}')$ في النقطة A' حيث $A'(6;3;1)$

4 عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل A و يوازي $(\mathcal{P})$ و يقطع $(\mathcal{D})$

تمرين 2 **علوم – 2017 – الموضوع الثاني (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(3;0;0)$ ، $B(0;2;0)$ و $C(0;0;1)$

1 بيّن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا، ثمّ تحقّق أنّ : $2x+3y+6z-6=0$ معادلة للمستوي (ABC)

2 اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي ABC و الذي يشمل المبدأ O

3 جد إحداثيات H نقطة تقاطع (Δ) و ABC

4 بيّن أنّ (BH) عمودي على (AC) ، ثمّ استنتج أنّ H هي نقطة تلاقي أعمدة المثلث ABC

تمرين 3 **علوم – 2016 – الموضوع الأول (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

نعتبر المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{P}')$ معادلتيهما على الترتيب : $2x+y-z+1=0$ و $x-2y+z-2=0$

1 بيّن أنّ المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{P}')$ متقاطعان

2 عيّن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $\mathrm{d}(M,(\mathcal{P}))=\mathrm{d}(M,(\mathcal{P}'))$ حيث $\mathrm{d}(M,(\mathcal{P}))$ هي المسافة بين النقطة M و المستوي $(\mathcal{P})$ و $\mathrm{d}(M,(\mathcal{P}'))$ هي المسافة بين النقطة M و المستوي $(\mathcal{P}')$

3 تحقق أنّ النقطة $A(1;2;0)$ تنتمي إلى المجموعة (Γ)

4 H و H' المسقطان العموديان للنقطة A على المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{P}')$ على الترتيب

(ا) جد تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (AH) و (AH')

(ب) استنتج إحداثيات كل من النقطتين H و H'

5 عيّن إحداثيات النقطة I منتصف القطعة $[HH']$ ثمّ احسب مساحة المثلث AHH'

تمرين 4
علوم – 2016 – الموضوع الثاني (4,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(5;-1;-2)$ و $B(3;12;-7)$

(Δ) هو المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي : $\begin{cases} x=1+3k \\ y=1+2k \\ z=4k \end{cases} \quad (k\in\mathbb{Z})$

1 (أ) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)'$ الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(-2;1;1)$ شعاع توجيه له

(ب) بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و $(\Delta)'$ متعامدان، ثمّ تحقق أنّ النقطة $C(1;1;0)$ نقطة تقاطعهما

2 $(\mathcal{P})$ المستوي المعيّن بالمستقيمين (Δ) و $(\Delta)'$

(أ) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(2;11;-7)$ ناظمي للمستوي $(\mathcal{P})$، ثمّ جد معادلة ديكارتية له

(ب) بيّن أنّ النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي $(\mathcal{P})$

3 α و β عددان حقيقيان و $(\mathcal{P}')$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء المعرفة بـ : $\begin{cases} x=3-\beta \\ y=12+12\alpha+9\beta \\ z=-7-6\alpha-11\beta \end{cases}$

(أ) أثبت أنّ المجموعة $(\mathcal{P}')$ هي مستو ثمّ تحقق أنّ $13x-y-2z-41=0$ هي معادلة ديكارتية له

(ب) عيّن إحداثيات D و E نقطتي تقاطع المستوي $(\mathcal{P}')$ مع المستقيمين (Δ) و $(\Delta)'$ على الترتيب

(ج) احسب حجم رباعي الوجوه $BCDE$

تمرين 5
علوم – 2015 – الموضوع الأول (4,5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$،

نعتبر النقط $A(2;1;0)$ ، $B(1;2;2)$ ، $C(3;3;1)$ و $D(1;1;4)$

1 تحقق أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا و أنّ $x-y+z-1=0$ معادلة ديكارتية له.

2 بيّن أنّ المثلث ABC متقايس الأضلاع، ثم تحقق أنّ مساحته هي $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ وحدة مساحة

3 عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) و الذي يشمل النقطة D

4 النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC)

(أ) عيّن إحداثيات النقطة E ثمّ احسب المسافة بين النقطة D و المستوي (ABC)

(ب) عيّن مركزي سطحي الكرتين اللذين يمسان (ABC) في النقطة E و نصف قطر كل منهما $\sqrt{3}$

5 احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

تمرين 6 **علوم – 2015 – الموضوع الثاني (4 نقاط)**

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$،

نعتبر النقط $A(2;4;1)$ ، $B(0;4;-3)$ ، $C(3;1;-3)$ و $D(1;0;-2)$

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة من الحالات الآتية :

1. النقط A ، B و C ليست في استقامية
2. $2x+2y-z-11=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)
3. النقطة $E(3;2;-1)$ هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوى (ABC)
4. المستقيمان (AB) و (CD) من نفس المستوى
5. $\begin{cases} x=2t-1 \\ y=t-1 \quad t\in\mathbb{R} \\ z=-t-1 \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستقيم (CD)
6. يوجد عددان حقيقيان α و β حيث النقطة $I\left(\frac{3}{5};4;-\frac{9}{5}\right)$ مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$

تمرين 7 **علوم – 2014 – الموضوع الأول (5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A(2;-1;1)$ ، $B(-1;2;1)$ ، $C(1;-1;2)$ و $D(1;1;1)$

1. **(أ)** تحقق أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا
   (ب) بيّن أنّ $\vec{n}(1;1;1)$ هو شعاع ناظمي للمستوى (ABC)
   (ج) اكتب معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)
2. لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$
   (أ) احسب إحداثيات G
   (ب) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MD}\right\|$
   بيّن أنّ (Γ) هي المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[GD]$
   (ج) أثبت أنّ معادلة (Γ) هي : $6x-4y+2z+3=0$
3. بيّن أنّ المستويين (ABC) و (Γ) يتقاطعان وفق مستقيم يُطلب تعيين تمثيل وسيطي له

تمرين 8 **علوم – 2014 – الموضوع الثاني (5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(1;-1;-2)$ ، $B(1;-2;-3)$ و $C(2;0;0)$

1. **(أ)** برهن أنّ النقط A ، B و C في غير استقامية

(ب) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABC)

(ج) تحقق أنّ $x+y-z-2=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2 نعتبر المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ المعرفين بمعادلتيهما كما يلي :

$$(P):\ x-y-2z+5=0 \quad \text{و} \quad (Q):\ 3x+2y-z+10=0$$

برهن أنّ $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ يتقاطعان وفق المستقيم (Δ) ذي التمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=t-3 \\ y=-t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=t+1 \end{cases}$

3 عيّن تقاطع المستويات (ABC) ، $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$

4 لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء. نسمي $\mathrm{d}(M,(\mathcal{P}))$ المسافة بين M و المستوي $(\mathcal{P})$ و $\mathrm{d}(M,(\mathcal{Q}))$ المسافة بين M و المستوي $(\mathcal{Q})$، عيّن المجموعة (Γ) للنقط M بحيث :

$$\sqrt{6}\,\mathrm{d}(M,(\mathcal{P}))=\sqrt{14}\,\mathrm{d}(M,(\mathcal{Q}))$$

تمرين 9 — علوم – 2013 – الموضوع الأول (4,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(-1;1;3)$ ، $B(1;0;-1)$ ، $C(2;-1;1)$ و $D(2;0;-1)$ و المستوي $(\mathcal{P})$ ذا المعادلة $2y+z+1=0$

ليكن (Δ) المستقيم الذي تمثيل وسيطي له : $\begin{cases} x=-1 \\ y=2+\beta \\ z=1-2\beta \end{cases}$ حيث β وسيط حقيقي

1 اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (BC)، ثمّ تحقق أنّ المستقيم (BC) محتوى في المستوي $(\mathcal{P})$

2 بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (BC) ليسا من نفس المستوي

3 **(ا)** احسب المسافة بين النقطة A و المستوي $(\mathcal{P})$

(ب) بيّن أنّ D نقطة من $(\mathcal{P})$ ، و أنّ المثلث BCD قائم

4 بيّن أنّ $ABCD$ رباعي وجوه، ثمّ احسب حجمه

تمرين 10 — علوم – 2013 – الموضوع الثاني (4,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2;1;-1)$ ، $B(1;-1;3)$ ، $C\left(-\frac{3}{2};-2;1\right)$ و $D\left(\frac{7}{2};-3;0\right)$. و لتكن I منتصف القطعة $[AB]$

1 **(ا)** احسب إحداثيات النقطة I

(ب) بيّن أنّ : $2x+4y-8z+5=0$ معادلة ديكارتية لـ $(\mathcal{P})$ المستوي المحوري لـ $[AB]$

2 اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة C و $\vec{u}(1;2;-4)$ شعاع توجيه له

3 (أ) جد إحاثيات E نقطة تقاطع المستوي $(\mathcal{P})$ و المستقيم (Δ)

(ب) بيّن أنّ (Δ) و (AB) من نفس المستوي، ثمّ استنتج أنّ المثلث IEC قائم

4 (أ) بيّن أنّ المستقيم (ID) عمودي على كل من المستقيم (AB) و المستقيم (IE)

(ب) احسب حجم رباعي الوجوه $DIEC$

تمرين 11

علوم – 2012 – الموضوع الأول (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر المستوي $(\mathcal{P})$ ذا المعادلة : $14x+16y+13z-47=0$ و النقط $A(1;-2;5)$ ، $B(2;2;-1)$ ، $C(-1;3;1)$

1 (أ) تحقق أنّ النقط A ، B و C ليست في استقامية

(ب) بيّن أنّ المستوي (ABC) هو $(\mathcal{P})$

2 جد تمثيلا وسيطيا للمتقيم (AB)

3 (أ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Ω) للقطعة $[AB]$

(ب) تحقق أنّ النقطة $D\left(-1;-2;\frac{1}{4}\right)$ تنتمي إلى المستوي (Ω)

(ج) احسب المسافة بين النقطة D و المستقيم (AB)

تمرين 12

علوم – 2012 – الموضوع الثاني (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(-1;0;1)$ ، $B(2;1;0)$ و $C(1;-1;0)$

1 بيّن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا

2 بيّن أنّ $2x-y+5z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3 D و H نقطتان من الفضاء حيث : $D(2;-1;3)$ و $H\left(\frac{13}{15};-\frac{13}{30};\frac{1}{6}\right)$

(أ) تحقق أنّ النقطة D لا تنتمي إلى المستوي (ABC)

(ب) بيّن أنّ النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC)

(ج) استنتج أنّ المستويين (ADH) و (ABC) متعامدان، ثمّ جد تمثيلا وسيطيا لتقاطعهما

تمرين 13

علوم – 2011 – الموضوع الأول (5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر المستوي $(\mathcal{P})$ الذي يشمل النقطة $A(1;-2;1)$ و $\vec{n}(-2;1;5)$ شعاع ناظمي له، و ليكن (Ω) المستوي ذا المعادلة $x+2y-7=0$

1 اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$

2 (أ) تحقق أنّ النقطة $B(-1;4;-1)$ مشتركة بين المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$

(ب) بيّن أنّ المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له

3 لتكن النقطة $C(5;-2;-1)$

(أ) احسب المسافة بين النقطة C و المستوي $(\mathcal{P})$ ثمّ المسافة بين النقطة C و المستوي $(\mathcal{Q})$

(ب) أثبت أنّ المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ متعامدان

(ج) استنتج المسافة بين النقطة C و المستقيم (Δ)

تمرين 14 — علوم – 2011 – الموضوع الثاني (5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(0;1;5)$ ، $B(2;1;7)$ و $C(3;-3;6)$

1 (أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B و $\vec{u}(1;-4;-1)$ شعاع توجيه له

(ب) تحقق أنّ النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ)

(ج) بيّن أنّ الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ متعامدان

(د) استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ)

2 نعتبر النقطة $M(2+t;1-4t;7-t)$ حيث t عدد حقيقي، و لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(t)=AM$

(أ) اكتب عبارة $h(t)$ بدلالة t

(ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي t : $h'(t)=\dfrac{18t}{\sqrt{18t^2+8}}$

(ج) استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة AM أصغر ما يمكن

(د) قارن بين القيمة الصغرى للدالة h ، و المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ)

تمرين 15 — علوم – 2010 – الموضوع الأوّل (5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;1;0)$ ، $B(2;1;1)$ و $C(-1;2;-1)$

1 (أ) بيّن أنّ النقط A ، B و C ليست في استقامية

(ب) بيّن أنّ المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي : $x+y-z-2=0$

2 نعتبر المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ الذين معادلتيهما على الترتيب

$$(\mathcal{P}):\quad x+2y-3z+1=0 \qquad \text{و} \qquad (\mathcal{Q}):\quad 2x+y-z-1=0$$

و المستقيم $(\mathcal{D})$ لذي يشمل النقطة $F(0;4;3)$ و $\vec{u}(-1;5;3)$ شعاع توجيه له

(أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\mathcal{D})$

(ب) تحقق أنّ تقاطع المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ هو المستقيم $(\mathcal{D})$

3 عيّن تقاطع المستويات الثلاثة (ABC)، $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$

تمرين 16 علوم – 2009 – الموضوع الأول (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;0;2)$، $B(0;2;1)$ و $C(2;1.3)$

1 $(\mathcal{P})$ مستو معادلة له من الشكل $x-z+1=0$

(أ) بيّن أنّ المستوي $(\mathcal{P})$ هو المستوي (ABC)

(ب) ما طبيعة المثلث ABC ؟

2 **(أ)** تحقق أنّ النقطة $D(2;3;4)$ لا تنتمي إلى (ABC)

(ب) ما طبيعة $ABCD$ ؟

3 **(أ)** احسب المسافة بين D و المستوي (ABC)

(ب) احسب حجم $ABCD$

تمرين 17 علوم – 2009 – الموضوع الثاني (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2;3;-1)$، $B(1;-2;4)$، $C(3;0;-2)$ و $D(1;-1;-2)$

و ليكن (Π) المستوي المعرف بمعادلته الديكارتية : $2x-y+2z+1=0$

المطلوب : أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية :

1 النقط A، B و C في استقامية

2 (ABD) مستوي معادلة ديكارتية له : $25x-6y-z-33=0$

3 المستقيم (CD) عمودي على المستوي (Π)

4 المسقط العمودي للنقطة B على (Π) هو النقطة $H(1;1;-1)$

تمرين 18 علوم – 2008 – الموضوع الأول (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

نعتبر المستوي $(\mathcal{P})$ الذي معادلته $x+2y-z+7=0$ و النقط $A(2;0;1)$، $B(3;2;0)$ و $C(-1;-2;2)$

1 تحقق أنّ النقط A، B و C ليست في استقامية، ثمّ بيّن أنّ المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي $y+2z-2=0$

2 **(أ)** تحقق أنّ المستويين $(\mathcal{P})$ و (ABC) متعامدان، ثمّ عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع $(\mathcal{P})$ و (ABC)

(ب) احسب المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ)

3 لتكن G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;\alpha),(C;\beta)\}$ حيث α و β عددان حقيقيان يحققان $1+\alpha+\beta \neq 0$ عيّن α حتى تنتمي النقطة G إلى المستقيم (Δ)

تمرين 19 **علوم – 2008 – الموضوع الثاني (3 نقاط)**

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط. عيّن الجواب الصحيح معللا اختيارك

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر النقط : $A(1;3;-1)$ ، $B(4;1.0)$ ، $C(-2;0;-2)$ ، $D(3;2;1)$ و المستوى $(\mathcal{P})$ الذي معادلته : $x-3z-4=0$

1 المستوي $(\mathcal{P})$ هو :

ج 1 (BCD) ج 2 (ABC) ج 3 (ABD)

2 شعاع ناظمي للمستوي $(\mathcal{P})$ هو :

ج 1 $\vec{n_1}(1;2;1)$ ج 2 $\vec{n_2}(-2;0;6)$ ج 3 $\vec{n_3}(2;0;-1)$

3 المسافة بين النقطة D و المستوى $(\mathcal{P})$ هي :

ج 1 $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$ ج 2 $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ ج 3 $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$

شعبة رياضيات

تمرين 20 — **رياضيات – 2017 – الموضوع الأول (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقطتين $A(-1;1;-2)$ و $B(1;-3;-4)$ و المستقيم (Δ) ذا التمثيل الوسيطي $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=t-2 \\ y=-t+2 \\ z=2t-4 \end{cases}$

و ليكن (Δ') المستقيم الذي يشمل النقطة B و $\vec{u}(-1;2;1)$ شعاع توجيه له

1 بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (Δ') يتقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها

2 ليكن $(\mathcal{P})$ المستوي المعيّن بالمستقيمين (Δ) و (Δ')

اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي $(\mathcal{P})$ ، ثمّ استنتج معادلة ديكارتية له

3 نسمّي $(\mathcal{S})$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $AM^2+BM^2=20$

بيّن أنّ $(\mathcal{S})$ سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ و نصف قطرها 2

4 حدّد الوضع النسبي للمستوي $(\mathcal{P})$ و سطح الكرة $(\mathcal{S})$

تمرين 21 — **رياضيات – 2017 – الموضوع الثاني (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$.

$(\mathcal{P})$ مستو تمثيله الوسيطي $\begin{cases} x=-t-2\lambda+2 \\ y=3t+4\lambda-3 \\ z=3t+4\lambda-1 \end{cases}$ حيث t و λ عددان حقيقيان

1 عيّن معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$

2 ليكن α عددا حقيقيا من المجال $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ ، و لتكن (E_α) مجموعة النقطة من الفضاء حيث :

$$x^2+y^2+z^2-2x\cos\alpha-2y\sin\alpha-z-\frac{3}{4}$$

(أ) بيّن أنّ : من أجل كل α من المجال السابق ، (E_α) هي سطح كرة يطلب تعيين إحداثيات مركزها ω_α بدلالة و نصف قطرها R

(ب) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي α الوضع النسبي للمستوي $(\mathcal{P})$ و سطح الكرة (E_α)

3 في الحالة التي يكون فيها المستوي $(\mathcal{P})$ مماسا لسطح الكرة (E_α)

عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\mathcal{D})$ الذي يشمل النقطة ω_α و العمودي على المستوي $(\mathcal{P})$

و استنتج إحداثيات I نقطة تماس (E_α) مع المستوي $(\mathcal{P})$

تمرين 22 **رياضيات – 2016 – الموضوع الأول (4,5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1;1;0)$، $B(2;-1;1)$، $C(-1;0;1)$، $D\left(\frac{1}{2};2;-\frac{1}{2}\right)$، $E(0;1;1)$ و $H\left(\frac{5}{4};\frac{7}{4};-\frac{1}{2}\right)$ و المستوي $(\mathcal{P})$ المعرّف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=1+\alpha+\beta \\ y=2-\alpha \\ z=-1+2\alpha-\beta \end{cases}$، α و β وسيطان حقيقيان.

1 (ا) بيّن أنّ A، B و C تعيّن مستويا.

(ب) تحقق أنّ الشعاع $\vec{n}(1;3;5)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثمّ اكتب معادلة ديكارتية له.

2 (ا) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$ ثمّ بيّن أنّ المستويين (ABC) و $(\mathcal{P})$ متقاطعان

(ب) نسمي (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (ABC) و $(\mathcal{P})$

تحقق أنّ النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) و أنّ $\vec{u}(-3;1;0)$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ)

(ج) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)

(د) بيّن أنّ النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ) ثمّ استنتج المسافة بين A و (Δ)

3 G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,-3);(C,2)\}$

نسمّي (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\overrightarrow{EM}.\overrightarrow{GM}=11$

(ا) عيّن إحداثيات النقطة G

(ب) اكتب معادلة ديكارتية للمجموعة (Γ) ثمّ بيّن أنّها سطح كرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

(ج) حدّد الوضعية النسبية للمستوي (ABC) و المجموعة (Γ)

تمرين 23 **رياضيات – 2016 – الموضوع الثاني (5 نقاط)**

1 الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط A، B، C و D حيث $A(1;0;3)$، $B(1;2;4)$، $C(0;0;2)$ و $D(3;4;1)$

(ا) عيّن العددين α و β حتى يكون الشعاع $\vec{n}(2;\alpha;-\beta)$ ناظميا للمستوي (ABC)

(ب) جد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2 $z=2-x$ و $y=2z-2x-4$ معادلتان ديكارتيتان للمستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ على الترتيب

(ا) بيّن أنّ المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ متعامدان

(ب) أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$

(ج) احسب المسافة بين النقطة D و المستقيم (Δ)

3 $(\mathcal{S})$ سطح الكرة التي مركزها D و مماس للمستوي $(\mathcal{Q})$

(ا) اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة $(\mathcal{S})$

(ب) جد الطبيعة و العناصر المميّزة لتقاطع $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{S})$

4 λ عدد حقيقي، G_λ نقطة من الفضاء حيث : $2\overrightarrow{G_\lambda A}-\overrightarrow{G_\lambda B}+e^{\lambda}\overrightarrow{G_\lambda C}=\vec{0}$ (العدد e يرمز إلى أساس اللوغاريتم النيبري)

(ا) عيّن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $(1+e)\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+e\overrightarrow{MC}\right\|$

(ب) H مرجح الجملة $\{(A,2);(B,-1)\}$. اكتب $\overrightarrow{GG_\lambda}$ بدلالة $\overrightarrow{CH}$

(ج) عيّن مجموعة النقط G_λ لمّا يتغيّر λ في المجموعة $\mathbb{R}$

(د) جد قيمة λ التي تكون من أجلها G_λ منتصف القطعة $[CH]$

تمرين 24 رياضيات – 2015 – الموضوع الأول (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1;5;4)$ ، $B(10;4;3)$ ، $C(4;3;5)$ و $D(0;4;5)$

1 **(ا)** بيّن أنّ النقط A ، B و C ليست في استقامية

(ب) بيّن النقط A ، B ، C و D من نفس المستوي

(ج) استنتج أنّ النقطة D هي مرجح النقط A ، B و C مرفقة بمعاملات يُطلب تعيينها

(د) عيّن إحداثيات النقطة E نظيرة النقطة A بالنسبة إلى النقطة D

(هـ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$ المحوري للقطعة $[AE]$

2 عيّن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MD}-3\overrightarrow{MA}\right\|$

3 **(ا)** تحقق أنّ النقطة $F(1;8;10)$ تنتمي إلى المستوي $(\mathcal{P})$

(ب) المستقيم (FD) يقطع (Γ) في النقطتين G و H

حدّد طبيعة الرباعي $AGEH$ ، ثمّ احسب مساحته

4 (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة D و يعامد المستوي (AEH)

(ا) بيّن أنّ الشعاع $\overrightarrow{AC}$ ناظمي للمستوي (AEH)

(ب) تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي t، النقطة $N(3t;4-2t;5+t)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ)

(ج) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي t، حجم المجسم $NAGEH$ هو $v(t)$ حيث $v(t)=2|t|\sqrt{14}$ uv (uv وحدة الحجوم)

(د) عيّن إحداثيات كل من النقطتين N_1 و N_2 من (Δ) اللّتين يكون من أجليهما $v(t)=2\sqrt{3}$ uv

تمرين 25 رياضيات – 2015 – الموضوع الثاني (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

نعتبر النقطتين $A(2;0;0)$ و $B(-1;-5;-1)$

(Δ_1) المستقيم الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(-1;2;-1)$ شعاع توجيه له

(Δ_2) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x = -3 - 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 7 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

(d) المستقيم الذي يشمل النقطة B و $\vec{v}(2;5;3)$ شعاع توجيه له

1 بيّن أنّ المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) يتقاطعان في النقطة C يُطلب تعيين إحداثياتها

2 بيّن أنّ المستقيمين (Δ_1) و (d) ليسا من نفس المستوي

3 **(أ)** اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي $(\mathcal{P})$ الذي يشمل المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2)

(ب) استنتج أنّ $4x + 3y + 2z - 8 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$

(ج) تحقق من أنّ النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة B على المستوي $(\mathcal{P})$

4 **(أ)** بيّن أنّه توجد نقطة وحيدة I من المستقيم (d) و توجد نقطة وحيدة D من المستقيم (Δ_2) حيث تكون النقط A ، I و D في استقامية، يطلب تعيين إحداثيات النقطتين I و D

(ب) بيّن أنّ النقطة I هي منتصف القطعة $[AD]$

5 النقطة K مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1),(I;2)\}$ و النقطة G المسقط العمودي للنقطة K على المستوي $(\mathcal{P})$

(أ) بيّن أنّ النقطة G هي مرجح النقط A ، C و D المرفقة بمعاملات يُطلب تعيينها

(ب) استنتج إحداثيات النقطة G

تمرين 26 — رياضيات – 2014 – الموضوع الأول (5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(2;1;-1)$ ، $B(-1;2;4)$ ، $C(0;-2;3)$ و $D(1;1;-2)$ و المستوي $(\mathcal{P})$ المعرف بالمعادلة الديكارتية $2x - y + 2z + 1 = 0$

المطلوب أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية :

1 انقط A ، B و C تعيّن مستويا

2 المستقيم (AC) محتوى في المستوي $(\mathcal{P})$

3 $x - 2y - z - 1 = 0$ هي معادلة للمستوي (ACD)

4 $\begin{cases} x = 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 - 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم (AC)

5 المسافة بين النقطة D و المستوي $(\mathcal{P})$ تساوي $\frac{3}{2}$

6 النقطة $E(-2;-1;1)$ هي المسقط العمودي للنقطة C على $(\mathcal{P})$

7 سطح الكرة ذات المركز D و نصف القطر $\frac{\sqrt{6}}{2}$ هو مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CM} = 0$

تمرين 27　　**رياضيات – 2014 – الموضوع الثاني (5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$. (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(1;1;3)$ و $\vec{u}(1;2;-2)$ شعاع توجيه له. (Δ') المستقيم المعرف بجملة المعادلتين : $\begin{cases} x+z=0 \\ y=3 \end{cases}$

1 جد تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (Δ) و (Δ')

2 بيّن أنّ (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي

3 $(\mathcal{P})$ المستوي الذي يشمل (Δ') و يوازي (Δ). بيّن أنّ معادلة للمستوي $(\mathcal{P})$ هي : $2x+y+2z-3=0$

4 $M(1+t;1+2t;3-2t)$ نقطة كيفية من المستقيم (Δ)، حيث $t\in\mathbb{R}$. احسب المسافة d المسافة بين M و المستوي $(\mathcal{P})$

5 **(ا)** عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط العمودي للنقطة A على المستوي $(\mathcal{P})$ ، ثمّ عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ'') الذي يشمل A' و يوازي (Δ)

(ب) بيّن أنّ (Δ') و (Δ'') يتقاطعان في النقطة $B(1;3;-1)$

6 f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(t)=BM^2$

(ا) بيّن أنّ : $f(t)=9t^2-24t+20$

(ب) بيّن أنّ f تقبل قيمة حدية صغرى $f(t_0)$ يطلب تعيين t_0 و $f(t_0)$

(ج) تحقق أنّ $\mathrm{d}=\sqrt{f(t_0)}$

تمرين 28　　**رياضيات – 2013 – الموضوع الأول (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A(0;0;1)$ ، $B(2;2;-1)$ ، $C(-2;-7;-7)$ و $D(-3;4;4)$ و المستوي $(\mathcal{P})$ المعرّف بالتمثيل الوسيطي :
$\begin{cases} x=1+3\alpha+\beta \\ y=1-2\alpha \\ z=4+\alpha+\beta \end{cases}$ مع α و β وسيطان حقيقيان

1 **(ا)** بيّن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا

(ب) تحقق أنّ الشعاع $\vec{n}(3;-2;1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ، ثمّ اكتب معادلة ديكارتية له

2 **(ا)** اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$ ، ثمّ بيّن أنّ المستويين (ABC) و $(\mathcal{P})$ متعامدان

(ب) بيّن أنّ تقاطع (ABC) و $(\mathcal{P})$ هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي : $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-7+4t \\ z=-7+5t \end{cases}$

(ج) احسب المسافة بين النقطة D و المستوي (ABC) ، و المسافة بين النقطة D و المستوي $(\mathcal{P})$ ، ثمّ استنتج المسافة بين النقطة D و المستقيم (Δ)

3 $(\mathcal{Q})$ المستوي الذي يشمل النقطة D و عمودي على كل من المستويين (ABC) و $(\mathcal{P})$

(ا) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{Q})$

(ب) بيّن أنّ المستويات الثلاثة (ABC) ، $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ تتقاطع في نقطة واحدة H ، ثمّ عيّن إحداثيات H

(ج) احسب بطريقة ثانية، المسافة بين النقطة D و المستقيم (Δ).

تمرين 29 — **رياضيات – 2013 – الموضوع الثاني (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$. نعتبر النقطتين $A(-1;0;2)$ و $B(1;1;1)$ و المستقيم (Δ) المعرف باتمثيل الوسيطي التالي : $\begin{cases} x=2+\alpha \\ y=-2 \\ z=-1-\alpha \end{cases}$ حيث $(\alpha\in\mathbb{R})$

1 **(أ)** اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

(ب) بيّن أنّ المستقيمين (AB) و (Δ) ليسا من نفس المستوي

2 $(\mathcal{P})$ المستوي الذي يشمل (AB) و يوازي (Δ)

(أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي $(\mathcal{P})$

(ب) أثبت أنّ $x-y+z-1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$

3 لتكن N نقطة من المستقيم (Δ) و M نقطة من الفضاء إحداثياتها $(1+2\beta;1+\beta;1-\beta)$ مع $(\beta\in\mathbb{R})$

(أ) بيّن أنّ النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB)

(ب) جد إحداثيات النقطتين M و N حتى تكون M المسقط العمودي للنقطة N على المستوي $(\mathcal{P})$

(ج) تحقق أنّ المسافة بين N و $(\mathcal{P})$ هي $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$، ثمّ احسب مساحة المثلث ABN

تمرين 30 — **رياضيات – 2012 – الموضوع الأول (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(3;0;0)$ ، $B(0;4;0)$ و $C(2;2;2)$

1 بيّن أنّ النقط A ، B و C ليست في استقامية و أنّ الشعاع $\vec{n}(4;3;-1)$ عمودي على كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$

2 اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$ الذي يشمل النقط A ، B و C

3 **(أ)** بيّن أنّ $6x-8y+7=0$ معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P}')$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفظاء حيث $AM=BM$

(ب) بيّن أنّ $2x-4y-4z+3=0$ معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P}'')$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفظاء حيث $AM=CM$

(ج) بيّن أنّ $(\mathcal{P}')$ و $(\mathcal{P}'')$ يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له

4 احسب إحداثيات النقطة ω مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

تمرين 31　　　**رياضيات – 2012 – الموضوع الثاني (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;1.1)$ ، $B(1;-1;0)$ و $C(2;0;1)$

1 بيّن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا $(\mathcal{P}_1)$ يطلب تعيين معادلة ديكارتية له

2 $(\mathcal{P}_2)$ المستوي الذي $x-2y+2z+6=0$ معادلة له.

بيّن أنّ $(\mathcal{P}_1)$ و $(\mathcal{P}_2)$ يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له

3 بيّن أنّ النقطة O هي مرجح الجملة $\{(A;1),(B;1),(C;-1)\}$

4 **(ا)** عيّن $(\mathcal{S})$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=2\sqrt{3}\right\|$

(ب) احسب إحداثيات D و E نقطتي تقاطع $(\mathcal{S})$ و (Δ)

(ج) ما هي طبيعة المثلث ODE ؟ ثمّ استنتج المسافة بين O و (Δ)

تمرين 32　　　**رياضيات – 2011 – الموضوع الأول (4,5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

1 نعتبر النقط $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ و $C(-1;1;1)$

(ا) أثبت أنّ A ، B و C تعيّن مستويا

(ب) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(3;4;-2)$ عمودي على كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثمّ استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2 نعتبر المستويين $(\mathcal{P}_1)$ و $(\mathcal{P}_2)$ حيث : $(\mathcal{P}_1):\ 3x+4y-2z+1=0$ و $(\mathcal{P}_2):\ 2x-2y-z-1=0$

(ا) بيّن أنّ $(\mathcal{P}_1)$ و $(\mathcal{P}_2)$ متعامدان

(ب) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين $(\mathcal{P}_1)$ و $(\mathcal{P}_2)$

(ج) تحقق أنّ النقطة $O(0;0;0)$ لا تنتمي إلى (Δ)

(د) احسب المسافتين $\mathrm{d}(O;(\mathcal{P}_1))$ و $\mathrm{d}(O;(\mathcal{P}_2))$ و استنتج المسافة $\mathrm{d}(O;(\Delta))$

تمرين 33　　　**رياضيات – 2011 – الموضوع الثاني (5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1;0;0)$ ، $B(0;2;0)$ ، $C(0;0;3)$ و $D\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};1\right)$

$(\mathcal{D})$ المستقيم الذي يشمل A و شعاع توجيهه $\vec{u}\left(-1;1;\frac{3}{2}\right)$ و (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة C و شعاع توجيهه $\vec{v}\left(\frac{1}{2};1;-3\right)$

1 اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين $(\mathcal{D})$ و (Δ) ثمّ ادرس الوضع النسبي لهما

2 بيّن أنّ : $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة إلى النقطة G ؟

3 عيّن شعاعا ناظميا $\vec{n}$ للمستوي (ABC) ثمّ اكتب معادلة ديكارتية له

4 احسب المسافة بين النقطة O و المستوي (ABC)

5 H المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم $(\mathcal{D})$

(أ) جد إحداثيات النقطة H

(ب) استنتج المسافة بين النقطة B و المستقيم $(\mathcal{D})$

تمرين 34 — **رياضيات – 2010 – الموضوع الأول (4,5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(2;0;0)$ ، $B(0;1;0)$ و $C(0;0;2)$

1 بيّن أن النقط A ، B و C ليست في استقامية

2 جد معادلة للمستوي (ABC)

3 جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (BC)

4 $(\mathcal{P})$ المستوي الذي معادلته : $2x+2y+z-2=0$

(أ) بيّ أنّ $(\mathcal{P})$ و (ABC) متقاطعان

(ب) بيّن أنّ $(\mathcal{P})$ يشمل B و C ، ماذا تستنتج ؟

5 عيّن $(\mathcal{E})$ مجموعة النقط من الفضاء التي تحقق : $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|$

تمرين 35 — **رياضيات – 2010 – الموضوع الثاني (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(-1;2;1)$ ، $B(2;1;3)$ و $C(0;-1;2)$ ، و لتكن $(\mathcal{P})$ مجموعة النقط M من الفضاء بحث : $AM=BM$

1 بيّن أنّ $(\mathcal{P})$ هو المستوي الذي معادلته : $3x-y+2z-4=0$

2 عيّن معادلة للمستوي $(\mathcal{Q})$ الذي يشمل A و يوازي $(\mathcal{P})$

3 (أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\mathcal{D})$ الذي يشمل C و يعامد $(\mathcal{P})$

(ب) عيّن إحداثيات E نقطة تقاطع $(\mathcal{Q})$ و $(\mathcal{D})$

(ج) احسب المسافة بين النقطة A و المستقيم $(\mathcal{D})$

4 عيّن تمثيلا وسيطيا للمستوي (Π) الذي يحوي المستقيم (AC) و يعامد المستوي $(\mathcal{P})$ ، ثم استنتج معادلة له

تمرين 36 — **رياضيات – 2009 – الموضوع الأول (5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

نعتبر النقطتين $A(2;1;2)$ و $B(0;2;-1)$ و المستقيم $(\mathcal{D})$ ذو التمثيل الوسيطي : $(t \in \mathbb{R})$ $\begin{cases} x = 2+3t \\ y = 1-t \\ z = 2t \end{cases}$

1 اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

أثبت أنّ $(\mathcal{D})$ و (AB) لا ينتميان إلى نفس المستوي

2 نعتبر المستوي $(\mathcal{P})$ الذي يشمل المستقيم (AB) و يوازي المستقيم $(\mathcal{D})$

(أ) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(1;5;1)$ عمودي على المستوي $(\mathcal{P})$

(ب) اكتب معادلة للمستوي $(\mathcal{P})$

(ج) بيّن أنّ المسافة بين نقطة M من $(\mathcal{D})$ و المستوي $(\mathcal{P})$ مستقلة عن موضع M

(د) عيّن تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستوي $(\mathcal{P})$ مع المستوي $(O;\vec{j},\vec{k})$

تمرين 37 — رياضيات – 2009 – الموضوع الثاني (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر المستويين $(\mathcal{P}_1)$ و $(\mathcal{P}_2)$ حيث $x+2y-z-2=0$ معادلة للمستوي $(\mathcal{P}_1)$ و : $(\alpha;\beta) \in \mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x = 1+2\alpha+\beta \\ y = 1+\alpha \\ z = 5+\alpha+\beta \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستوي $(\mathcal{P}_2)$

1 اكتب معادلة للمستوي $(\mathcal{P}_2)$

2 عيّن شعاعا ناظميا $\vec{n_1}$ للمستوي $(\mathcal{P}_1)$ و شعاعا ناظميا $\vec{n_2}$ للمستوي $(\mathcal{P}_2)$

3 بيّن أنّ المستويين $(\mathcal{P}_1)$ و $(\mathcal{P}_2)$ متعامدان

4 **(أ)** $A(3;1;1)$ نقطة من الفضاء، عيّن المسافة d_1 بين النقطة A و المستوي $(\mathcal{P}_1)$ ثمّ المسافة d_2 بين A و $(\mathcal{P}_2)$

(ب) استنتج المسافة d_3 بين النقطة A و المستقيم (Δ) تقاطع المستويين $(\mathcal{P}_1)$ و $(\mathcal{P}_2)$

5 **(أ)** عيّن تمثيلا وسيطيا بدلالة λ للمستقيم (Δ) حيث λ عدد حقيقي

(ب) M نقطة كيفية من (Δ) ، احسب MA^2 بدلالة λ مستنتجا ثانية المسافة بين A و (Δ)

تمرين 38 — رياضيات – 2008 – الموضوع الأوّل (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. لتكن النقط $A(0;2;1)$ ، $B(-1;1;-3)$ و $C(1;0;-1)$

1 اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة $(\mathcal{S})$ التي مركزها C و تشمل النقطة A

2 ليكن المستقيم $(\mathcal{D})$ المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x = -1-\lambda \\ y = 1+2\lambda \\ z = -3+2\lambda \end{cases}$ حيث λ عدد حقيقي.

(أ) اكتب معادلة للمستوي $(\mathcal{P})$ الذي يشمل النقطة C و يعامد المستقيم $(\mathcal{D})$

(ب) احسب المسافة بين النقطة C و المستقيم $(\mathcal{D})$

(ج) ماذا تستنتج فيما يتعلق بالوضع النسبي لكل من المستقيم $(\mathcal{D})$ و سطح الكرة $(\mathcal{S})$ ؟

تمرين 39 **رياضيات – 2008 – الموضوع الثاني (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر المستقيمين و المعرفين بالتمثيلين الوسيطيين الآتيين :

$$\begin{cases} x=3+\lambda \\ y=2+\dfrac{1}{2}\lambda \\ z=-2-2\lambda \end{cases} (\lambda\in\mathbb{R}) \quad \text{و} \quad \begin{cases} x=6+\alpha \\ y=1-2\alpha \\ z=5+\alpha \end{cases} (\alpha\in\mathbb{R})$$

على الترتيب.

1 بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي

2 M نقطة كيفية من (Δ) و N نفطة كيفية من (Δ')

(ا) عيّن إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ) و (Δ')

(ب) احسب الطول MN

3 عيّن معادلة للمستوي $(\mathcal{P})$ الذي يشمل المستقيم (Δ) و يوازي المستقيم (Δ')

4 احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ') و المستوي $(\mathcal{P})$. ماذا تلاحظ ؟

شعبة تقني رياضي

تمرين 40 **تقني رياضي – 2017 – الموضوع الأول (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$. نتبر النقط $A(2;2;0)$ ، $B(0;-2;2)$ و $C(1;1;3)$

1 اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$ الذي يشمل النقطة A و يعامد المستقيم (BC)

2 نعتبر $(\mathcal{P}')$ المستوي المحوري للقطعة $[AB]$، تحقق أنّ معادل $(\mathcal{P}')$ هي : $x+2y-z=0$

3 بيّن أنّ المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{P}')$ يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) ، يطلب إيجاد تمثيل وسيطي له

4 بيّن أنّ النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;1),(C;-12)\}$ هي نقطة تقاطع (Δ) و (ABC)

ثمّ عيّن (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-12\overrightarrow{MC}\right\|=10\left\|\overrightarrow{OA}\right\|$

تمرين 41 **تقني رياضي – 2017 – الموضوع الثاني (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A(1;1.0)$ ، $B(-1;2;-3)$ ، $C(0;5;2)$ و $D(4;7;0)$

1 بيّن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستو

2 (ا) أثبت أنّ المستقيم (CD) عمودي على كل من المستقيمين (AB) و (AC)

(ب) جد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) ، ثمّ احسب المسافة بين النقطة D و المستوى (ABC)

3 (ا) حدّد طبيعة المثلث ABC

(ب) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

تمرين 42 **تقني رياضي – 2016 – الموضوع الأول (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$. لتكن النقط $A(1;1;4)$ ، $B(0;3;1)$ و $\left(\frac{4}{3};\frac{5}{3};5\right)$ و المستوي $(\mathcal{P})$ الذي $x-2y+z-3=0$ معادلة له و المستقيم (Δ) الذي $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=4-3t \end{cases}$ تمثيلا وسيطيا له

في كل سؤال توجد إجابة واحدة صحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة، حدّدها مع التعليل

		الإجابة (أ)	الإجابة (ب)	الإجابة (جـ)
1	المستوى $(\mathcal{P})$ يحوي المستقيم	(Δ)	(AB)	(AC)
2	المستويان $(\mathcal{P})$ و (ABC)	متوازيان تماما	متقاطعان	متطابقان
3	المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (Δ) هي النقطة	A	B	C
4	المستقيمان (Δ) و (AC)	متقاطعان	متوازيان	ليسا من نفس المستوى
5	مجموعة النقط M من الفضاء حيث $BM^2 - 9CM^2 = 0$ هي	مستو	سطح كرة	مجموعة خالية

تمرين 43   **تقني رياضي – 2016 – الموضوع الثاني (4 نقاط)**

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$، نعتبر النقط A، B، C و D حيث : $A(3;-2;2)$، $B(6;1;5)$، $C(6;-2;-1)$ و $D(0;1;1)$

1 بيّن أنّ ABC مثلث قائم في A

2 اكتب معادلة للمستوي $(\mathcal{P})$ الذي يشمل A و العمودي على (AB)

3 ليكن $(\mathcal{P}')$ المستوي حيث $x - z - 1 = 0$ معادلة له

(أ) هل المستويان $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{P}')$ متعامدان ؟ برّر إجابتك

(ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي يشمل A و $\vec{u}(1;-2;1)$ شعاع توجيه له هو تقاطع المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{P}')$

4 لتكن النقطة $H\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$ من الفضاء.

(أ) بيّن أنّ H هي المسقط العمودي لـ D على (Δ)

(ب) احسب المسافة بين D و (Δ)

5 **(أ)** بيّن أنّ النقطة $E(0;4;-1)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ)

(ب) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCE$

تمرين 44 **تقني رياضي – 2015 – الموضوع الأول (5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;2;2)$ ، $B(2;0;2)$ ، $C(-2;3;7)$ و المستوى $(\mathcal{P})$ المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x = 2+\beta \\ y=-1-3\alpha-\beta \\ z=-\alpha \end{cases}$ α و β وسيطان حقيقيان

1 (ا) بيّن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا

(ب) تحقق أنّ الشعاع $\vec{n}(2;1;1)$ ناظمي للمستوى (ABC)، ثمّ اكتب معادلة ديكارتية له.

2 (ا) عيّن معادلة ديكارتية للمستوى $(\mathcal{P})$، ثمّ بيّن أنّ المستويين $(\mathcal{P})$ و (ABC) متعامدان

(ب) بيّن أنّ تقاطع $(\mathcal{P})$ و (ABC) هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=5+4t \\ y=-4-7t \\ y=-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$

3 (ا) عيّن إحداثيات النقطة H مرجح الجملة $\{(A;1),(B;1),(C;-1)\}$

(ب) احسب المسافة بين النقطة H و المستقيم (Δ)

4 لتكن $(\mathcal{P}')$ مجموعة النقط M من الفضاء بحيث $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right).\vec{u}=0$ ($\vec{u}$ هو شعاع توجيه المستقيم (Δ))

(ا) بيّن أنّ المجموعة $(\mathcal{P}')$ هي مستو يطلب تعيين عناصره المميزة، ثمّ استنتج معادلة ديكارتية له.

(ب) بيّن أنّ المستويات الثلاثة $(\mathcal{P})$ ، (ABC) و $(\mathcal{P}')$ تتقاطع في نقطة واحدة E، ثمّ عيّن إحداثيات E

(ج) احسب بطريقة ثانية المسافة بين النقطة H و المستقيم (Δ)

تمرين 45 **تقني رياضي – 2015 – الموضوع الثاني (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(2;3;1)$ ، $B(1;2;-2)$ و المستقيم (D) الذي تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ y=3+2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$

1 (ا) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1;2;-2)$ شعاع توجيه له.

(ب) عيّن إحداثيات النقطة C نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ)

2 $(\mathcal{P})$ المستوى المعيّن بالمستقيمين (D) و (Δ)

بيّن أنّ $\vec{n}(2;-2;-1)$ شعاع ناظمي للمستوى $(\mathcal{P})$ ، ثمّ استنتج معادلة ديكارتية له

3 (ا) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Ω) الذي يشمل النقطة B و يعامد المستقيم (Δ)

(ب) عيّن إحداثيات النقطة E المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (Δ)

(ج) احسب المسافة بين النقطة B و المستقيم (Δ)

(د) احسب مساحة المثلث BEC

تمرين 46 **تقني رياضي – 2014 – الموضوع الأول (4,5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$. (Δ_1) و (Δ_2) مستقيمان من الفضاء معرفان بتمثيليهما الوسيطين التاليين :

$$(\Delta_1):\begin{cases}x=3+2t\\y=-2-2t\\z=1-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\quad \text{و}\quad (\Delta_2):\begin{cases}x=1\\y=-1-2t'\\z=4+2t'\end{cases}(t'\in\mathbb{R})$$

1 (أ) عيّن إحداثيات النقطة B تقاطع المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2)

(ب) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستوي $(\mathcal{P})$ المعيّن بالمستقيمين (Δ_1) و (Δ_2)

2 (أ) أثبت أنّ النقطة $A(6;4;4)$ لا تنتمي إلى المستوي $(\mathcal{P})$

(ب) بيّن أنّ النقطة B هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي $(\mathcal{P})$

3 (أ) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{Q})$ الذي يشمل A و $\vec{n}(5;1;-7)$ ناظمي له

(ب) عيّن إحداثيات C و D نقطتي تقاطع $(\mathcal{Q})$ مع كل من (Δ_1) و (Δ_2) على الترتيب

4 (أ) عيّن طبيعة المثلث BCD، ثمّ احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

(ب) استنتج مساحة المثلث ACD

تمرين 47 **تقني رياضي – 2014 – الموضوع الثاني (4,5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$.

A ، B و C ثلاث نقط من الفضاء حيث : $A(0;-1;1)$ ، $B(1;3;2)$ و $C(-1;3;4)$

1 (أ) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثمّ استنتج القيمة المدوّرة إلى الوحدة بالدرجات للزاوية $\widehat{BAC}$

(ب) بيّن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا

2 (أ) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(2;-1;2)$ ناظمي للمستوي (ABC)

(ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3 ليكن $(\mathcal{S})$ سطح الكرة الذي معادلته : $x^2+y^2+z^2-4x+6y-2z+5=0$

نسمي Ω و R مركز و نصف قطر $(\mathcal{S})$، احسب R ثمّ عيّن إحداثيات Ω

4 اكتب معادلة ديكارتية لكل من المستويين $(\mathcal{P}_1)$ و $(\mathcal{P}_2)$ مماسي سطح الكرة $(\mathcal{S})$ و الموازيين للمستوي (ABC)

تمرين 48 **تقني رياضي – 2013 – الموضوع الأول (4 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A(3;-2;-1)$ ، $B(5;-3;2)$ ، $C(2;3;2)$ و $D(1;-5;-2)$

1 بيّن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا، نرمز له $(\mathcal{P})$

2 بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(2;1;-1)$ ناظمي للمستوي $(\mathcal{P})$ ، ثمّ جد معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$

3 **(أ)** اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D و يعامد $(\mathcal{P})$

(ب) عيّن إحداثيات النقطة E ، المسقط العمودي للنقطة D على المستوي $(\mathcal{P})$

4 H المسقط العمودي للنقطة D على المستقيم (AB) ، و λ العدد الحقيقي حيث : $\overrightarrow{AH}=\lambda\overrightarrow{AB}$

(أ) بيّن أنّ : $\lambda=\dfrac{\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|^2}$

(ب) استنتج العدد الحقيقي λ و إحداثيات النقطة H ، ثمّ المسافة بين النقطة H و المستقيم (AB)

تمرين 49 — تقني رياضي – 2013 – الموضوع الثاني (4,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(2;-5;4)$ و $B(3;-4;6)$ و المستقيم (Δ)

المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي : $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=4+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

1 **(أ)** اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\mathcal{D})$ المار بالنقطتين A و B

(ب) ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و $(\mathcal{D})$

2 $(\mathcal{P})$ المستوي الذي يشمل $(\mathcal{D})$ و يُوازي (Δ)

برهن أنّ $\vec{n}(3;1;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي $(\mathcal{P})$ ، ثمّ عيّن معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$

3 M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من $(\mathcal{D})$

(أ) عيّن إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ) و $(\mathcal{D})$

(ب) احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ) و المستوي $(\mathcal{P})$

تمرين 50 — تقني رياضي – 2012 – الموضوع الأول (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

$(\mathcal{P})$ المستوي الذي يشمل النقطة $A(2;-5;2)$ و $\vec{n}(-2;1;5)$ شعاع ناظمي له. $(\mathcal{Q})$ المستوي الذي $x+2y-2=0$ معادلة له

1 عيّن معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$

2 بيّن أنّ المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ متعامدان

3 عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) ، تقاطع المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$

4 **(أ)** احسب المسافة d_1 بين النقطة $K(3;3;3)$ و المستوي $(\mathcal{P})$ و d_2 المسافة بين النقطة K و المستوي $(\mathcal{Q})$

(ب) استنتج المسافة d بين النقطة K و المستقيم (Δ)

5 احسب المسافة d بطريقة ثانية

تمرين 51 — **تقني رياضي – 2012 – الموضوع الثاني (4,5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$. $(\mathcal{P})$ المستوي الذي $-4x-3y+1=0$ معادلة ديكارتية له و $(\mathcal{D})$ المستقيم الذي : $(k\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=k \\ y=\frac{1}{3}-\frac{4}{3}k \\ z=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}k \end{cases}$

1 تحقق أنّ المستقيم $(\mathcal{D})$ محتوى في المستوي $(\mathcal{P})$

2 **(أ)** اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(1;1;0)$ و $\vec{u}(4;1;3)$ شعاع توجيه له

(ب) عيّن إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين $(\mathcal{D})$ و (Δ)

3 بيّن أنّ $3x-4z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{Q})$ الذي يحوي المستقيمين $(\mathcal{D})$ و (Δ)

4 $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء

(أ) احسب المسافة بين النقطة M و كل من $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$

(ب) أثبت أنّ مجموعة النقط من الفضاء متساوية المسافة عن كل من $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ هي اتحاد مستويين متعامدين $(\mathcal{P}_1)$ و $(\mathcal{P}_2)$ يطلب تعيين معادلة ديكارتية لكل منهما

5 عيّن مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي إحداثياتها حلول للجملة الآتية : $\begin{cases} 4x+3y-1=0 \\ 3x-4z-3=0 \\ x+3y+4z+2=0 \end{cases}$

تمرين 52 — **تقني رياضي – 2012 – الموضوع الأول (5 نقاط)**

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية :

1 المعادلة $21x+14y=40$ لا تقبل حلولا في مجموعة الأعداد الصحيحة

2 في نظام التعداد ذي الأساس 7 يكون : $\overline{3421}+\overline{1562}=\overline{5413}$

3 باقي القسمة الإقليدية للعدد $1+3+3^2+\cdots+3^{2011}$ على 7 هو 6

4 الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$.

(أ) المستوي $(\mathcal{P})$ الذي معادلته $2x+y-z+1=0$ و المستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A(2;1;-1)$ و $\vec{u}(1;-1;1)$ شعاع توجيهه لا يشتركان في أية نقطة

(ب) معادلة المستوي $(\mathcal{Q})$ الذي يشمل مبدأ المعلم O و يوازي المستوي $(\mathcal{P})$ هي : $x-y+z=0$

تمرين 53 **تقني رياضي – 2011 – الموضوع الثاني (4,5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

نعتبر النقط A ، B ، C و D حيث : $\overrightarrow{AD}(1;5;2)$ ، $\overrightarrow{BD}(0;7;3)$ ، $\overrightarrow{CD}(1;-3;7)$ و $C(2;8;-4)$

1 بيّن أنّ النقط A ، B و D تعيّن مستويا

2 بيّن أنّ المستقيم (CD) يعامد المستوي (ABC)

3 I المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB)

(ا) بيّن أنّ المستقيم (AB) يعامد المستوي (CDI)

(ب) عيّن معادلة للمستوي (CDI) و اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

(ج) استنتج إحداثيات النقطة I

4 احسب الأطوال DI ، CD ، AB و استنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$

(حجم رباعي الوجوه $= \frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع)

تمرين 54 **تقني رياضي – 2010 – الموضوع الأول (5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

نعتبر النقطتين $A(3;-1;2)$ و $B(1;2;1)$ و $(\mathcal{P})$ المستوي الذي معادلته $x-2y+3z-7=0$

1 عيّن إحداثيات النقطة G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 3 و 1 على الترتيب

2 عيّن طبيعة و عناصر (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\|3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|=4$

3 **(ا)** اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة G و يعامد المستوي $(\mathcal{P})$

(ب) عيّ إحاثيات H نقطة تقاطع $(\mathcal{P})$ و (Δ)

(ج) احسب المسافة بين G و المستوي $(\mathcal{P})$

4 نعرف المستوي $(\mathcal{P}')$ بتمثيلة الوسيطي : $\begin{cases} x=1+t \\ y=-t+\lambda \\ z=2-t+2\lambda \end{cases}$ حيث t و λ عددان حقيقيان

أثبت أنّ $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{P}')$ متقاطعان و اكتب تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما

تمرين 55 **تقني رياضي – 2010 – الموضوع الثاني (5 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(3;-2;2)$ ، $B(0;4;-1)$

1 اكتب معادلة للمستوي $(\mathcal{P}_1)$ الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1;0;-1)$ شعاع ناظم له

2 $(\mathcal{P}_2)$ المستوي الذي يحوي المستقيم (AB) و يعامد المستوي $(\mathcal{P}_1)$

(ا) بيّن أنّ $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي لـ $(\mathcal{P}_2)$

(ب) اكتب معادلة لـ $(\mathcal{P}_2)$

3 نعتبر النقطتين C و D حيث $C(6;1;5)$ و D معرفة بـ : $\overrightarrow{CD}(0;-3;-6)$

(ا) بيّن أنّ المثلث ACD قائم في A و احسب مساحته

(ب) بيّن أنّ المستقيم (AB) عمودي على المستوي (ACD)

(ج) احسب حجم رباعي الوجوه $ACDB$

تمرين 56 تقني رياضي – 2009 – الموضوع الأول (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

(Δ) مستقيم من الفضاء تمثيلة الوسيطي معطى بالجملة التالية : $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=2t-1\\ y=-t+2\\ z=t+1\end{cases}$

$(\mathcal{P})$ مستو معرف بالمعادلة $x+3y+z+1=0$

عيّن في كل حالة الاقتراح أو الاقتراحات الصحيحة مع التعليل

	الاقتراح الأول	الاقتراح الثاني	الاقتراح الثالث
1	النقطة $A(1;1;2)$ تنتمي إلى (Δ)	النقطة $B(-1;0;2)$ تنتمي إلى (Δ)	النقطة $C\left(0;\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى (Δ)
2	$\vec{u}\left(-1;\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right)$ شعاع توجيه لـ (Δ)	$\vec{u}(1;3;1)$ شعاع توجيه لـ (Δ)	$\vec{u}(3;1;0)$ شعاع توجيه لـ (Δ)
3	(Δ) هو محتوى في $(\mathcal{P})$	(Δ) يقطع $(\mathcal{P})$	(Δ) يُوازي $(\mathcal{P})$
4	المستوي $(\mathcal{Q}_1)$ ذو المعادلة $x+3y+z-3=0$ يعامد $(\mathcal{P})$	المستوي $(\mathcal{Q}_2)$ ذو المعادلة $2x-y+\frac{1}{2}z=0$ يعامد $(\mathcal{P})$	المستوي $(\mathcal{Q}_3)$ ذو المعادلة $x-y+2z+5=0$ يعامد $(\mathcal{P})$
5	المسافة بين النقطة $D(1;1;1)$ و المستوى $(\mathcal{P})$ هي $\frac{6}{\sqrt{11}}$	المسافة بين النقطة $O(0;0;0)$ و المستوي $(\mathcal{P})$ هي $\frac{\sqrt{11}}{11}$	المسافة بين النقطة $E(1;3;0)$ و المستوي $(\mathcal{P})$ هي $\sqrt{11}$

تمرين 57 تقني رياضي – 2009 – الموضوع الثاني (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. معتبر النقط $A(1;1;2)$ ، $B(-1;0;-2)$ و $C(-1;0;-6)$

1 بيّن أنّ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ التي تحقق $MA^2-MB^2=1$ هي مستو عمودي على المستقيم (AB) نرمز له بالرمز $(\mathcal{P})$ يطلب تعيين معادلة له

2 لتكن $(\mathcal{S})$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ التي تحقق المعادلة $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-6=0$

برهن أنّ $(\mathcal{S})$ هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω و نصف قطرها R

3 G نقطة من الفضاء معرّفة بالعلاقة $\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$

(ا) عيّن إحداثيات G ثمّ تأكد أنّها تنتمي إلى $(\mathcal{S})$

(ب) اكتب معادلة للمستوي $(\mathcal{Q})$ الذي يمس سطح الكرة $(\mathcal{S})$ في النقطة G

تمرين 58 — تقني رياضي – 2008 – الموضوع الأول (4,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(1;2;2)$ ، $B(3;2;1)$ و $C(1;3;3)$

1 برهن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستو يطلب تعيين معادلة ديكارتية له

2 نعتبر المستويين $(\mathcal{P}_1)$ و $(\mathcal{P}_2)$ المعرفين بمعادلتيهما الديكارتيتين :

$$(\mathcal{P}_1):\quad x-2y+2z-1=0$$

$$(\mathcal{P}_2):\quad x-3y+2z+2=0$$

بيّن أنّ $(\mathcal{P}_1)$ و $(\mathcal{P}_2)$ يتقاطعان وفق مستقيم (Δ)

3 بيّن أنّ النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ)

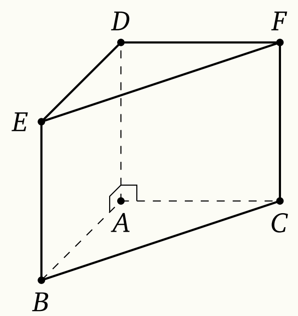
4 بيّن أنّ الشعاع $\vec{u}(2;0;-1)$ هو أحد أشعة توجيه المستقيم (Δ)

5 استنتج أنّ التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) هو الجملة : $(k\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=2k+1 \\ y=3 \\ z=-k+3 \end{cases}$

6 لتكن M نقطة من المستقيم (Δ) ، أوجد قيمة الوسيط k حتى يكون الشعاعان $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ متعامدين، ثمّ استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ)

تمرين 59 — تقني رياضي – 2008 – الموضوع الثاني (4 نقاط)

$ABCDEF$ موشور قائم قاعدته المثلث ABC القائم في A و المتساوي الساقين وجهاه $ABED$ و $ACFD$ مربعان متقايسان طول ضلع كل منهما r حيث $r\in\mathbb{R}^*$ (انظر الشكل)



1 يرمز I إلى منتصف $[AD]$ و J إلى مركز ثقل الرباعي $BCFE$.

بيّن أنّ G مرجح الجملة $\{(A;2),(B;1),(C;1),(D;2),(E;1),(F;1)\}$ هو منتصف $[IJ]$

2 ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD})$.

- عيّن إحداثيات النقط A ، B ، C ، D ، E و F
- عيّن مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق :

$$2MA^2+MB^2+MC^2+2MD^2+ME^2+MF^2=10r^2$$