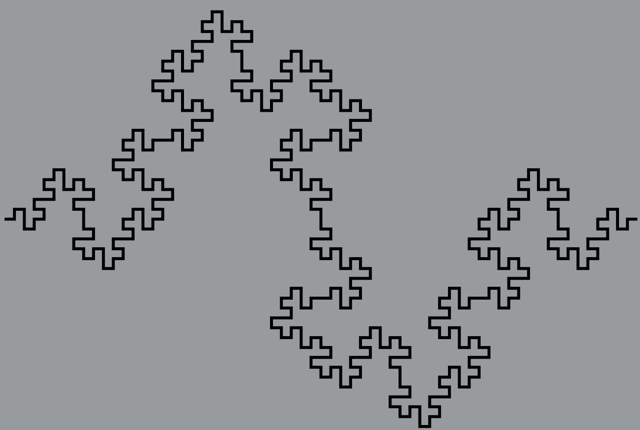
نهائي علوم و رياضيات

2008 - 2017

حوليات
الدوال العددية

كمال حامدي

9



حوليات البكالوريا

علوم – رياضيات – تقني رياضي

الدوال العددية

حامدي كمال

آخر تحديث : 5 جويلية 2017

شعبة علوم

تمرين 1

علوم – 2017 – الموضوع الأول (7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية المعرّفة على D حيث $D =]-\infty\,;-1[\cup]1\,;+\infty[$ بـ :

$$f(x) = \frac{2}{3}x + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

$(\mathscr{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. بيّن أنّ الدالة f فردية ثمّ فسّر ذلك بيانيا
2. احسب النقيات التالية : $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
استنتج أنّ $(\mathscr{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور التراتيب
3. (ا) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من D ، $f'(x) = \frac{2}{3}\left(\frac{x^2+2}{x^2-1}\right)$
(ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
4. بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}8 < \alpha < 1{,}9$
5. بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = \frac{2}{3}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ ثمّ ادرس وضعية المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ)
6. أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى $(\mathscr{C}_f)$
7. m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط mالحقيقي عدد حلول المعادلة :

$$(2-3|m|)\,x + 3\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0$$

تمرين 2

علوم – 2017 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

الجزء الأول نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=2-x^2\mathrm{e}^{1-x}$

و $(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ و أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة ، ثمّ احسب النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
2. (أ) بيّ أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=x(x-2)\mathrm{e}^{1-x}$

   (ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
3. اكتب معادلة لـ (T) للمماس المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

الجزء الثاني نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=1-x\mathrm{e}^{1-x}$

1. بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإنّ : $h(x)\geqslant 0$ ، ثمّ ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المماس (T)
2. بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0{,}7<\alpha<-0{,}6$
3. أنشئ المماس (T) و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty\,;1]$ ... $[-1\,;+\infty[$
4. F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $F(x)=2x+(x^2+2x+2)\mathrm{e}^{1-x}$

تحقق أنّ F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثمّ احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللّذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=1$

تمرين 3

علوم – 2016 – الموضوع الأول (7 نقاط)

الجزء الأول لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=-1+(x+1)\mathrm{e}+2\ln(x+1)$

(حيث العدد e هو أساس اللوغاريتم النيبيري)

1. ادرس تغيّرات الدالة g ، ثمّ شكل جدول تغيراتها
2. بيّن أنّ للعادلة $g(x)=0$ حلا وحيدا α حيث : $-0{,}34<\alpha<-0{,}33$
3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$

الجزء الثاني لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{\mathrm{e}}{x+1}+\frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. (ا) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-1} f(x)=-\infty$ و احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثمّ فسّر النتيجتين هندسيا
   (ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{(x+1)^3}$. (f' هي مشتقة الدالة f)
   (ج) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ثمّ شكل جدول تغيّراتها
   (د) ارسم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$. (نقبل أنّ $f(\alpha)=3{,}16$)
2. (ا) بيّن أنّ الدالة $x\mapsto\dfrac{-1}{x+1}[1+\ln(x+1)]$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$ على المجال $]-1;+\infty[$
   (ب) احسب مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللّذين معادلتاهما على التوالي : $x=0$ و $x=1$
3. نعتبر الدالة العددية k المعرفة على $]-1;1[$ بـ : $k(x)=f(-|x|)$ و $(\mathcal{C}_k)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق
   (ا) بيّن أنّ الدالة k زوجية
   (ب) بيّن كيف يمكن استنتاج المنحنى $(\mathcal{C}_k)$ انطلاقا من المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ثمّ ارسمه (دون دراسة تغيّرات الدالة k)
   (ج) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط حقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $k(x)=m$

تمرين 4

علوم – 2016 – الموضوع الثاني (6 نقاط)

الجزء الأول لتكن الدالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=2e^x-x^2-x$

1. (أ) احسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم ادرس اتجاه تغيّر الدالة g (حيث g هي مشتقة الدالة g')
   (ب) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)>0$
   (ج) احسب نهايتي الدالة g عند كل من $+\infty$ و $-\infty$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-1{,}38<\alpha<-1{,}37$
3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x

الجزء الثاني لتكن f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^2e^x}{e^x-x}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. (أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$
   (ب) بيّن أنّه، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ،

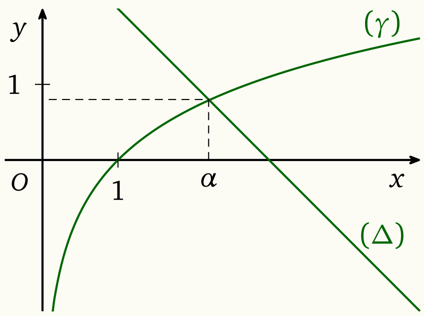
$$f'(x)=\frac{xe^xg(x)}{(e^x-x)^2}$$

   (حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f)
   (ج) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها
2. (أ) بيّن أنّ $f(\alpha)=\alpha^2+2\alpha+2+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$
   (ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x^2]$ ، ثمّ فسر النتيجة بيانيا
   (ج) أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$. (تعطى $f(\alpha)\approx 0{,}29$)

تمرين 5

علوم – 2015 – الموضوع الأول (6,5 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$



الجزء الأول (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=-x+3$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ)

1. بقراءة بيانية حدّد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $]0;+\infty[$
2. g الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x-3+\ln x$
   استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$
3. تحقق أنّ : $2{,}2<\alpha<2{,}3$

الجزء الثاني f الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\left(1-\frac{1}{x}\right)(\ln x-2)$$

و $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني

1. احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f
3. بيّن أنّ : $f(\alpha)=\dfrac{-(\alpha-1)^2}{\alpha}$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$
4. ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى حامل محور الفواصل، ثمّ أنشئ $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]0;e^2]$

الجزء الثالث F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ و التي تحقق : $F(1)=-3$

1. بيّن أنّ منحنى الدالة F يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يُطلب تعيين فاصلتيهما
2. بيّن أنّ $x \mapsto x\ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على $]0;+\infty[$ ، ثمّ استنتج عبارة الدالة F

تمرين 6

علوم – 2015 – الموضوع الثاني (6 نقاط)

الجزء الأول g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-2x-\mathrm{e}^{2x-2}$

1. ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على $\mathbb{R}$
2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثمّ تحقق أنّ : $0{,}36<\alpha<0{,}37$
3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x\mathrm{e}^{2x+2}-x+1$

و $(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. (أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\mathrm{e}^{2x+2}g(-x)$

   (ب) استنتج أنّ الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-\alpha]$ و متزايدة تماما على $[-\alpha;+\infty[$
2. احسب نهاية f عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f
3. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x-1]$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا
4. ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$
5. أنشئ (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty;\frac{1}{2}]$ ، نأخذ $f(\alpha)\approx 0{,}1$
6. (أ) تحقق أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $2f(x)+f'(x)-f''(x)=1-2x-3\mathrm{e}^{2x+2}$

   (ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

تمرين 7

علوم – 2014 – الموضوع الأول (6 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=1+\frac{2\ln x}{x}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. (ا) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، فسر النتيجتين هندسيا

(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ شكل جدول تغيّراتها

2. (ا) ادرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=1$

(ب) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 1

(ج) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1;2[$ حلا وحيدا α، حيث $\mathrm{e}^{-0,4}<\alpha<\mathrm{e}^{-0,3}$

3. أنشئ (T) و $(\mathcal{C}_f)$

4. لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-0$ بما يلي :

$$h(x)=1+\frac{2\ln|x|}{|x|}$$

و ليكن $(\mathcal{C}_h)$ تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

(ا) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h(x)-h(-x)=0$. ماذا تستنتج ؟

(ب) أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_h)$ إعتمادا على المنحنى $(\mathcal{C}_f)$

(ج) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة : $\ln x^2=(m-1)|x|$

تمرين 8

علوم – 2014 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

الجزء الأول لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$

1. (ا) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

   (ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على $\mathbb{R}$ ثمّ شكل جدول تغيّراتها

2. (ا) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0{,}7 < \alpha < 0{,}8$

   (ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

الجزء الثاني نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2. (ا) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$$

   (ب) استنتج أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يُطلب تعيين معادلة له

   (ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و (Δ)

3. (ا) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{x\,g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$$

   حيث f' مشتقة الدالة f

   (ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثمّ شكل جدول تغيّرات الدالة f. (نأخذ $f(\alpha) \approx -0{,}1$)

4. احسب $f(1)$ ثمّ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$

5. أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$

6. لتكن الدالة h المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$h(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$$

   و $(\mathcal{C}_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق

   (ا) تحقق أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x) = f(x) - 2$

   (ب) استنتج أنّ $(\mathcal{C}_h)$ هو صورة $(\mathcal{C}_f)$ بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثمّ أنشئ $(\mathcal{C}_h)$

تمرين 9

علوم – 2013 – الموضوع الأول (6,5 نقاط)

الجزء الأول f الدالة العددية المعرّفة على $]-\infty;1[$ بـ :

$$f(x)=\frac{x}{x-1}+e^{\frac{1}{x-1}}$$

و $(\mathscr{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1 \\ <}}f(x)$ ، ثمّ استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$
2. احسب $f'(x)$. بيّن أنّ الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;1[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
3. بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $]-\infty;1[$ حلا وحيدا α . باستعمال جدول القيم المقابل جد حصرا للعدد α
4. ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ ، ثمّ ارسم المنحنى $(\mathscr{C}')$ الممثل للدالة $|f|$
5. عيّن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)|=m$ حلان مختلفان في الإشارة

x	$f(x)$
$0,20$	$0,037$
$0,21$	$0,016$
$0,22$	$-0,005$
$0,23$	$-0,026$
$0,24$	$-0,048$
$0,25$	$-0,070$

الجزء الثاني g الدالة المعرّفة على $]-\infty;1[$ بـ : $g(x)=f(2x-1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1. ادرس تغيّرات الدالة g على $]-\infty;1[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
2. (أ) تحقق من أنّ : $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=0$ ، ثمّ بيّن أنّ : $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)=2f'(\alpha)$
   (ب) استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$
   (ج) تحقق من أنّ : $y=\frac{2}{(\alpha-1)^3}x-\frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم (T)

تمرين 10

علوم – 2013 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

الجزء الأوّل g الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+2x+4-2\ln(x+1)$

1. ادرس تغيّرات الدالة g ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها
2. استنتج أنّه، من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $g(x)>0$

الجزء الثاني f هي الدالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x-\frac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$$

و $(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. (وحدة الطول $2\,\text{cm}$)

1. (ا) احسب $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$. فسّر النتيجة بيانيا
   (ب) احسب $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$
2. (ا) بيّن أنّه، من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ،
   $$f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$$
   حيث f' هي مشتقة الدالة f
   (ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$ ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها
   (ج) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;+\infty[$ ، ثمّ تحقق أنّ $0<\alpha<0{,}5$
3. (ا) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $+\infty$
   (ب) ادرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (Δ)
4. نقبل أنّ المستقيم (T) ذا المعالة : $y=x+\frac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في نقطة فاصلتها x_0
   (ا) احسب x_0
   (ب) ارسم المستقيمين المقاربين و المماس (T) ثمّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$
   (ج) عيّن بيانا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلّين متمايزين

تمرين 11

علوم – 2012 – الموضوع الأول (7 نقاط)

لتكن f الدالة المعرّفة على المجال $]-\infty;0[$ كما يلي :

$$f(x) = x + 5 + 6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. **(أ)** احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ، ثمّ فسر النتيجة هندسيا

(ب) احسب $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

2. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;0[$ ،

$$f'(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x(x-1)}$$

استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها

3. **(أ)** بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلة له : $y = x + 5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $-\infty$

(ب) ادرس وضع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة للمستقيم (Δ)

4. بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلّين α و β حيث $-3{,}5 < \alpha < -3{,}4$ و $-1{,}1 < \beta < -1$

5. أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم (Δ)

6. **(أ)** نعتبر النقطتين $A\left(-1;3+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ و $B\left(-2;\frac{5}{2}+6\ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$

بيّن أنّ $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} + 6\ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB)

(ب) بيّن أنّ المستقيم (AB) يمس المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في نقطة M_0 يطلب تعيين إحداثيتها

7. لتكن g الدالة المعرّفة على $]-\infty;0[$ كما يلي :

$$g(x) = \frac{x^2}{2} + 5x + 6x\ln\left(\frac{x}{x-1}\right) + 6\ln(1-x)$$

بيّن أنّ g دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty;0[$

تمرين 12

علوم – 2012 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

الجزء الأول لتكن g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-xe^{x}$

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$
2. ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها
3. (ا) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1;+\infty[$

   (ب) تحقق أنّ $0{,}5<\alpha<0{,}6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني نعتبر الدالة f المعرّفة على المجال $]-\infty;2]$ كما يلي : $f(x)=(x-1)e^{x}-x-1$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
2. لتكن f' مشتقة الدالة f. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإنّ : $f'(x)=-g(x)$

   استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty;2]$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f
3. بيّن أنّ $f(\alpha)=-\left(\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدوّر النتائج إلى 10^{-2})
4. (ا) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-x-1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $-\infty$

   (ب) ادرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (Δ)
5. (ا) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين x_1 و x_2 حيث $-1{,}6<x_1<-1{,}5$ و $1{,}5<x_2<1{,}6$

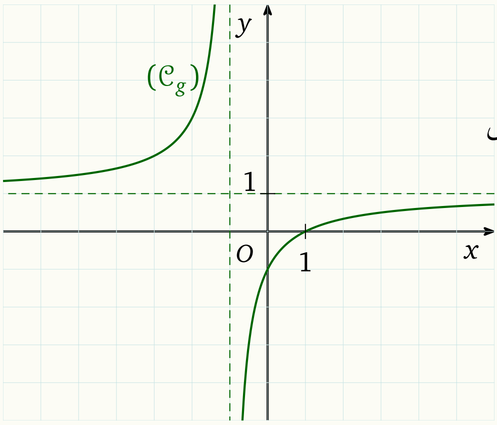
   (ب) أنشئ (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$
6. لتكن h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=(ax+b)e^{x}$

   (ا) عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x\mapsto x\,e^{x}$ على $\mathbb{R}$

   (ب) استنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$

تمرين 13

علوم – 2011 – الموضوع الأول (7 نقاط)



الجزء الأول نعتبر الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$

$(\mathcal{C}_g)$ هو تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (الشكل المقابل). بقراءة بيانية :

1. شكل جدول تغيّرات الدالة g
2. حل بيانيا المتراجحة $g(x)>0$
3. عيّن بيانيا قيم x التي يكون من أجلها $0<g(x)<1$

الجزء الثاني لتكن الدالة f المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{x-1}{x+1}+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

و $(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. احسب $\lim\limits_{x\to1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثمّ فسر النتيجتين هندسيا
2. (ا) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g'(x)=\dfrac{2}{(x+1)^2}$
   (ب) احسب $f'(x)$ و ادرس إشارتها ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f
3. (ا) باستعمال الجزء الأول السؤال **3** ، عيّن إشارة العبارة $\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1;+\infty[$
   (ب) α عدد حقيقي .
   بيّن أنّ الدالة $x\mapsto(x-\alpha)\ln(x-\alpha)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x-\alpha)$ على المجال $]\alpha;+\infty[$
   (ج) تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ ، $g(x)=1-\dfrac{2}{x+1}$ ثمّ عيّن دالة أصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$

تمرين 14

علوم – 2011 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{x}-ex-1$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. (أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$
   (ب) احسب $f'(x)$ ثمّ ادرس إشارتها
   (ج) شكّل جدول تغيّرات الدالة f
2. (أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-ex-1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $-\infty$
   (ب) اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0
   (ج) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]1{,}75\,;1{,}76[$ حلا وحيدا α
   (د) ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثمّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty\,;2]$
3. (أ) احسب بدلالة α ، المساحة $\mathcal{A}(\alpha)$ للحيّز المستوي المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و حامل محول الفواصل و المستقيمين اللّذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=\alpha$
   (ب) أثبت أنّ : $\mathcal{A}(\alpha)=\left(\frac{1}{2}e\alpha^{2}-e\alpha+\alpha\right)$ ua (ua هي وحدة المساحات)

تمرين 15

علوم – 2010 – الموضوع الأول (10 نقاط)

الجزء الأول لتكن f الدالة العددية المعرّفة على المجال $I = \left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x) = 1+\ln(2x-1)$

و $(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x)$
2. بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثمّ شكل جدول تغيّراتها
3. عيّن فاصلة النقطة من $(\mathcal{C}_f)$ التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=x$
4. (ا) أثبت أنّه من أجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x)=\ln(x+a)+b$ حيث a ، b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما
   (ب) استنتج أنّه يمكن رسم $(\mathcal{C}_f)$ انطلاقا من $(\mathcal{C})$ منحنى الدالة اللوغارتمية النيبرية $\ln$ ثمّ ارسم $(\mathcal{C})$ و $(\mathcal{C}_f)$

الجزء الثاني نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال I بـ : $g(x)=f(x)-x$

1. احسب $\lim_{x\to\frac{1}{2}} g(x)$ ثمّ بيّن أنّ $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$
2. ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على I ثمّ شكل جدول تغيّراتها
3. (ا) احسب $g(1)$ ثمّ بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ حلا وحيدا α . تحقق أنّ $2<\alpha<3$
   (ب) ارسم $(\mathcal{C}_g)$ منحنى الدالة g على المجال $\left]\frac{1}{2};5\right]$ في المعلم السابق
4. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I ثمّ حدّد وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (d)
5. برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;\alpha[$ فإنّ $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1;\alpha[$

الجزء الثالث نسمي (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $u_n = f\left(1+\dfrac{1}{2n}\right)$

1. عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $u_n = 1+2\ln 3 - 3\ln 2$
2. احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_1+u_2+\cdots+u_n$

تمرين 16

علوم – 2010 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي :

$$f(x)=x-\frac{1}{\mathrm{e}^x-1}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

.1 **(ا)** احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

(ب) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}f(x)$ و فسر هندسيا النتيجة

.2 ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على مجال من مجالي تعريفها ثمّ شكل جدول تغيّراتها

.3 **(ا)** بيّن أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب : $y=x$ و $y=x+1$

(ب) ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ')

.4 أثبت أنّ النقطة $\omega\left(0;\frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$

.5 **(ا)** بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث : $\ln 2<\alpha<1$ و $-1{,}4<\alpha<-1{,}3$

(ب) هل توجد مماسات لـ $(\mathcal{C}_f)$ توازي المستقيم (Δ) ؟

(ج) ارسم (Δ) ، (Δ') ثمّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$

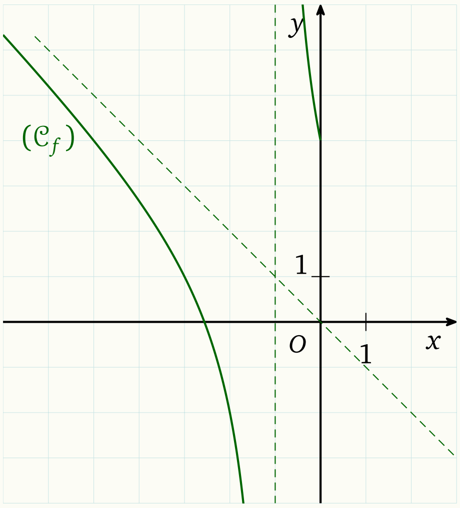
(د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m-1)\mathrm{e}^{-x}=m$

تمرين 17

علوم – 2009 – الموضوع الأول (7,5 نقاط)

الجزء الأول f دالة معرّفة على $I =]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ :

$$f(x) = -x + \frac{4}{x+1}$$



$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ كما هو مبيّن في الشكل

1. (أ) احسب نهايات الدالة f عند الحدود المفتوحة لـ I

(ب) بقراءة بيانية و دون دراسة اتجاه تغيّرات f شكّل جدول تغيّراتها

2. g دالة معرّفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x + \dfrac{4}{x+1}$

$(\mathcal{C}_g)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

(أ) احسب نهاية g عند $+\infty$

(ب) تحقق من أنّ $(\mathcal{C}_g)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له

(ج) ادرس تغيّرات g

الجزء الثاني k دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي :

$$k(x) = |x| + \frac{4}{x+1}$$

1. (أ) احسب $\lim\limits_{\substack{h\to0\\h>0}} \dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ و $\lim\limits_{\substack{h\to0\\h<0}} \dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج ؟

(ب) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة

2. اكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$

3. ارسم (Δ_1) ، (Δ_2) و $(\mathcal{C}_k)$

4. احسب مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_k)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=\dfrac{1}{2}$ ، $x=-\dfrac{1}{2}$

تمرين 18

علوم – 2009 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

الجزء الأوّل h دالة عددية معرّفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي :

$$h(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$$

1. احسب $\lim_{x\to -1} h(x)$ و $\lim_{x\to +\infty} h(x)$
2. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$:

$$h'(x) = \frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$$

و استنتج اتجاه تغيّر الدالة h ثمّ أنجز جدول تغيّراتها

3. احسب $h(0)$ و استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x

الجزء الثاني لتكن f دالة معرّفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. (ا) احسب $\lim_{x\to -1} f(x)$ ثمّ فسر النتيجة بيانيا
   (ب) باستعمال النتيجة $\lim_{t\to +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$ ، برهن أنّ $\lim_{u\to +\infty} \frac{\ln u}{u} = 0$
   (ج) استنتج $\lim_{x\to +\infty} f(x)$
   (د) احسب $\lim_{x\to +\infty} [f(x) - (x-1)]$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$
   (هـ) ادرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل
2. بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ،

$$f'(x) = \frac{h(x)}{(x+1)^2}$$

ثمّ شكل جدول تغيّرات الدالة f

3. بيّن أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3,3 و 3,4
4. أرسم $(\mathcal{C}_f)$
5. احسب مساحة الحيّز المستوي المحدود بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $y = x-1$ ، $x=0$ و $x=1$

تمرين 19

علوم – 2008 – الموضوع الأول (7,5 نقاط)

الجزء الأول نعتبر الدالة العددية للمتغيّر الحقيقي x المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=(ax+b)\mathrm{e}^{-x}+1$$

حيث a و b عددان حقيقيان

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (وحدة الطول 1 cm)

عيّن قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1;1)$ تنتمي إلى $(\mathcal{C}_f)$ و معامل توجيه المماس عند A يساوي $-\mathrm{e}$

الجزء الثاني نعتبر الدالة العددية g للمتغيّر الحقيقي x المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي :

$$g(x)=(-x-1)\mathrm{e}^{-x}+1$$

و $(\mathcal{C}_g)$ تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

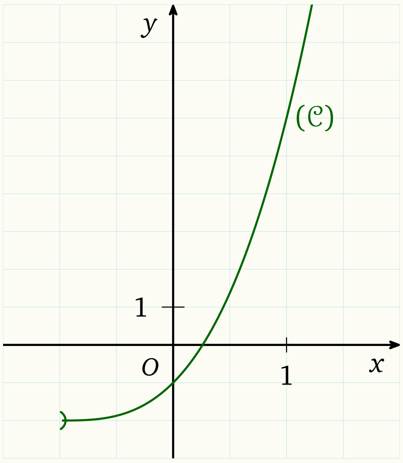
1. بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ و فسر النتيجة بيانيا . (نذكر أنّ $\lim\limits_{u\to-\infty} u\mathrm{e}^{u}=0$)
2. ادرس تغيّرات الدالة g ، ثمّ أنشئ جدول تغيّراتها
3. بيّن أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_g)$ يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثييها
4. اكتب معادلة المماس للمنحنى $(\mathcal{C}_g)$ عند النقطة I
5. ارسم $(\mathcal{C}_g)$
6. H الدالة العددية المعرفة على $]-2;+\infty[$ بـ : $H(x)=(\alpha x+\beta)\mathrm{e}^{-x}$ حيث α و β عددان حقيقيان.
   عيّن α و β بحيث تكون H دالة أصلية للدالة $x\mapsto g(x)-1$
   استنتج الدالة الأصلية للدالة g و التي تنعدم عند القيمة 0

الجزء الثالث لتكن k الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $k(x)=g(x^2)$

باستعمال مشتقة دالة مركبة، عيّن اتجاه تغيّر الدالة k ثمّ شكل جدول تغيّراتها

تمرين 20

علوم – 2008 – الموضوع الثاني (7 نقاط)



المنحنى $(\mathscr{C})$ المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي :

$$g(x)=x^3+3x^2+3x-1$$

.1 (ا) بقراءة بيانية شكّل جدول تغيّرات الدالة g و حدّد $g(0)$ و إشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$

(ب) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $]0;\frac{1}{2}[$ يحقق $g(\alpha)=0$

(ج) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

.2 f هي الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$$

و ليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

(ا) تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f

(ب) عيّن دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و فسّر النتيجة بيانيا

(ج) احسب $\lim\limits_{x\to-1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ و فسّر النتيجتين بيانيا

(د) شكّل جدول تغيّرات الدالة f

.3 نأخذ $\alpha\approx 0{,}26$

(ا) عيّن مدوّر $f(\alpha)$ إلى 10^{-2}

(ب) ارسم المنحنى (Γ)

.4 (ا) اكتب $f(x)$ على الشكل $f(x)=x+a+\frac{b}{(x+1)^2}$ ، حيث a و b عددان حقيقيان

(ب) عيّن F الدالة الأصلية للدالة على المجالة $]-1;+\infty[$ و التي تحقق $F(1)=2$

شعبة تقني رياضي

تمرين 21

تقني رياضي – 2017 – الموضوع الأول (7 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرّفة على D_f حيث $D_f =]-\infty;1[\cup]2;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = -2x+3+2\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. (أ) احسب النهايتين : $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ >}} f(x)$ ، ثمّ فسّر النتيجتين بيانيا

   (ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. بيّن أنّه من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = -2 - \dfrac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f

3. (أ) تحقق أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x) \in D_f$ و $f(3-x)+f(x)=0$

   (ب) استنتج أنّ $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مركز تناظر يُطلب تعيين إحاثييه

4. بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0{,}45;0{,}46[$ ثم استنتج أنّها تقبل حلا آخر β يطلب تعيين حصر له

5. بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-2x+3$ مقارب مائل لـ $(\mathcal{C}_f)$ ، ثمّ ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة لـ (Δ)

6. ارسم (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$

7. بيّن أنّ الدالة : $x \mapsto (x-1)\ln(x-1)-(x-2)\ln(x-2)$ أصلية للدالة $x \mapsto \ln\left(\dfrac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2;+\infty[$
   ثمّ احسب بدلالة β مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحني $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $y=-2x+3$ ، $x=\beta$ و $x=3$

تمرين 22

تقني رياضي – 2017 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

الجزء الأول نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=x^3+6x+12$

1. ادرس اتجاه تغيّر الدالة g
2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]-1{,}48;-1{,}47[$ ثمّ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

الجزء الثاني نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x)=\frac{x^3-6}{x^2+2}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. (ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$
   (ب) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(x^2+2)^2}$
   ثمّ ادرس اتجاه تغيّر الدالة f و شكل جدول تغيّراتها
2. (ا) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$
   (ب) ادرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ)
3. بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$ ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$
4. ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$
5. نرمز بـ S إلى مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $x=\alpha$ ، $x=0$ و $y=0$
   أثبت أنّ : من أجل كل $x\in[\alpha;0]$ ، $-3\leqslant f(x)\leqslant f(\alpha)$ ثمّ بيّن أنّ : $\dfrac{3}{2}\alpha^2\leqslant S\leqslant -3\alpha$

تمرين 23

تقني رياضي – 2016 – الموضوع الأول (7 نقاط)

الجزء الأوّل g هي الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بما يلي :

$$g(x)=\frac{x-1}{x+1}+\ln(x+1)$$

1. (أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$
(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجالة $]-1;+\infty[$ ثمّ شكل جدول تغيّراتها
2. (أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0{,}4<\alpha<0{,}5$
(ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

الجزء الثاني f هي الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=1+(x-1)\ln(x+1)$$

1. احسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. (أ) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$، ثمّ شكل جدول تغيّراتها.
(ب) بيّن أنّ : $f(\alpha)=-\alpha+4-\dfrac{4}{\alpha+1}$ ثمّ أعط حصرا لـ $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2})
3. ليكن a عدد حقيقي من المجال $]-1;+\infty[$، نسمّي (T_a) مماس المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ عند النقطة ذات الفاصلة a.
نضع من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h(x)=f(x)-\left[f'(a)(x-a)+f(a)\right]$
(أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x المجال $]-1;+\infty[$: $h'(x)=f'(x)-f'(a)$
(ب) باستعمال اتجاه تغيّر الدالة g، عيّن إشارة $h'(x)$ حسب قيم x و استنتج اتجاه تغيّر h على المجال $]-1;+\infty[$
(ج) حدد الوضع النسبي للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و (T_a)
4. (أ) بيّن أنّه يوجد مماسان (T_{a_1}) و (T_{a_2}) يشملان النقطة $A(1;0)$ يطلب تعيين معادلتيهما
(ب) ارسم المماسين و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$
5. نعتبر الدالة H المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $H(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-2x-3\right)\ln(x+1)-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x$
(أ) بيّن أنّ الدالة H دالة أصلية للدالة $x\mapsto(x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$
(ب) احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=1$ و $x=2$

تمرين 24

تقني رياضي – 2016 – الموضوع الثاني (6,5 نقاط)

الجزء الأول نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x-x\ln x$

1. (أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثمّ شكل جدول تغيّراتها

2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $3{,}5<\alpha<3{,}6$

3. استنتج إشارة العبارة $g(x)+1$ على المجال $]0;+\infty[$

الجزء الثاني لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=\frac{\ln x}{x+1}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد، حيث : $\|\vec{i}\|=2\text{ cm}$ و $\|\vec{j}\|=4\text{ cm}$

1. بيّن أنّ $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x=0$ و $y=0$

2. (أ) برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$

(ب) بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha]$ و متناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$ ثمّ شكل جدول تغيّراتها.

(ج) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

(د) احسب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$، فسّر النتيجة هندسيا.

3. (أ) بيّن أنّ : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha}$

(ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدوّر النتائج إلى 10^{-2})

(ج) ارسم $(\mathcal{C}_f)$

4. نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي

$$x^2+x-2m(x+1)=\ln(x^2)\quad\cdots\quad(E)$$

(أ) تحقق أنّ المعادلة (E) يؤول حلّها إلى حل المعادلة : $f(x)=\dfrac{1}{2}x-m$

(ب) عيّن بيانيا قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلّين متمايزين

5. h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بما يلي :

$$h(x)=\frac{\ln(|x|)}{-|x|-1}$$

و $(\mathcal{C}_h)$ منحناها البياني في المستوي

(أ) بيّن أنّ الدال h زوجية

(ب) ارسم في نفس المعلم المنحنى $(\mathcal{C}_h)$ مستعينا بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$

تمرين 25

تقني رياضي – 2015 – الموضوع الأول (7,5 نقاط)

الجزء الأوّل h الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بما يلي : $h(x)=(x+2)^2+2-2\ln(x+2)$

1. احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -2} h(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$
2. ادرس اتجاه تغيّر الدالة h ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها
3. استنتج أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-2;+\infty[$ ، $h(x)>0$

الجزء الثاني f الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=x+1+\frac{2}{x+2}\ln(x+2)$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (وحدة الطول 1 cm)

1. احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -2} f(x)$ و فسّر النتيجة هندسيا ، ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. (ا) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-2;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{h(x)}{(x+2)^2}$$

(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-2;+\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها

3. (ا) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $+\infty$

(ب) ادرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

4. (ا) اثبت أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثييها

(ب) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$

(ج) احسب بالسنتمتر المربع، مساحة الحيّز المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=-1$ و $x=1$

الجزء الثالث g الدالة المعرّفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ :

$$g(x)=|x+1|+\frac{2}{x+2}|\ln(x+2)|$$

1. احسب $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -1} \frac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} \frac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة إلى g ؟
2. اعط تفسيرا هندسيا لهذه النبيجة
3. انطلاقا من المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ارسم المنحى $(\mathcal{C}_g)$ الممثل للدالة g في نفس المعلم السابق

تمرين 26

تقني رياضي – 2015 – الموضوع الأول (7 نقاط)

الجزء الأول g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x)=(x+2)e^x-2$

1. احسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$
2. ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
3. احسب $g(0)$ ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$

الجزء الثاني f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x)=2x+3-(x+1)e^x$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ ، ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
2. (ا) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$
   (ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f
   (ج) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x+3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $-\infty$
   ثمّ ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالسبة إلى المستقيم (Δ)
3. (ا) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث : $0{,}92<\alpha<0{,}93$ و $-1{,}56<\beta<-1{,}55$
   (ب) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$
4. (ا) بيّن أنّ الدالة $x\mapsto xe^x$ هي دالة أصلة للدالة $x\mapsto(x+1)e^x$ على $\mathbb{R}$
   (ب) احسب $\mathcal{A}(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=0$ ، $x=\alpha$ (حيث α هي القيمة المعرفة في السؤال **3**. (ا))
   (ج) جد حصرا للعدد $\mathcal{A}(\alpha)$

تمرين 27

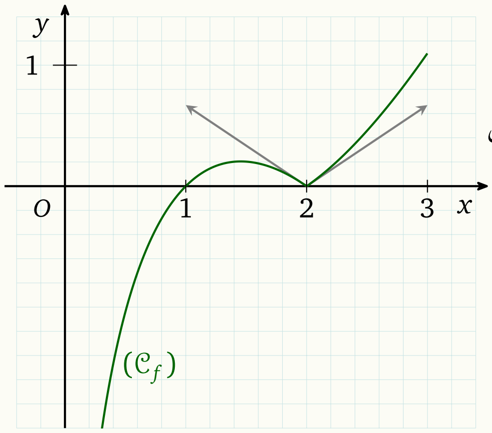
تقني رياضي – 2014 – الموضوع الأول (6 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

الجزء الأول g الدالة المعرّفة على المجال $]0;3]$ بـ : $g(x)=x\ln x+x$

1. ادرس تغيّرات الدالة g
2. (أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=2$ تقبل حلا وحيدا α في $]0;3]$ ثمّ تحقق أنّ $1,45<\alpha<1,46$

   (ب) استنتج إشارة $g(x)-2$



الجزء الثاني التمثيل البياني المقابل $(\mathcal{C}_f)$ هو للدالة f المعرّفة على المجال $]0;3]$ بـ : $f(x)=|x-2|\ln x$

1. باستعمال $(\mathcal{C}_f)$ ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 2
2. أثبت صحة تخمينك
3. ادرس تغيّرات الدالة f

الجزء الثالث h الدالة المعرفة على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ كما يلي : $h(x)=(2-\cos x)\ln(\cos x)$

1. بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x=\dfrac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_h)$ ، حيث $(\mathcal{C}_h)$ هو التمثيل البيان للدالة h
2. ادرس اتجاه تغيّر الدالة h ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها و ارسم (Δ) و $(\mathcal{C}_h)$

تمرين 28

تقني رياضي – 2014 – الموضوع الثاني (6 نقاط)

f هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x-1)e^x$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. عيّن نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$
2. ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على $\mathbb{R}$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
3. (ا) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، ثمّ تحقق أنّ $1{,}27<\alpha<1{,}28$
   (ب) اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1 و حدّد وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (T)
   (ج) ارسم (T) و $(\mathcal{C}_f)$
4. عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^x-(m-1)e^m=-1$ حلا واحدا في $\mathbb{R}$
5. h هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=(|x|+1)e^{-|x|}$ و $(\mathcal{C}_h)$ تمثيلها البياني
   (ا) بيّن أنّ الدالة h زوجية
   (ب) ارسم $(\mathcal{C}_h)$ مستعينا بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$
6. g دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(ax+b)e^x$ حيث a ، b عددان حقيقيان
   عيّن a ، b حتى يكون : من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)=f(x)$

تمرين 29

تقني رياضي – 2013 – الموضوع الأول (7 نقاط)

الجزء الأول الدالة g معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=(x+1)^2-2+\ln(x+1)$

1. ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$
2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0{,}31<\alpha<0{,}32$ و أنّ $\ln(\alpha+1)=2-(\alpha+1)^2$
3. استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

الجزء الثاني الدالة f معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة :

$$f(x)=(x+1)^2+(2-\ln(x+1))^2$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. احسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$ ،

$$f'(x)=\frac{2g(x)}{x+1}$$

3. ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
4. بيّن أنّ : $f(\alpha)=(\alpha+1)^2\left(1+(\alpha+1)^2\right)$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$
5. مثّل المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-1;2]$

الجزء الثالث (Γ) المنحنى الممثل للدالة h المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=\ln(x+1)$

A النقطة ذات الإحداثيتين $(-1;2)$ و B نقطة من (Γ) فاصلتها x

1. أثبت أنّ المسافة AM تعطى بالعبارة $AM=\sqrt{f(x)}$
2. الدالة k معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $k(x)=\sqrt{f(x)}$
   - (ا) بيّن أنّ للدالتين k و f نفس اتجاه التغيّر على المجال $]-1;+\infty[$
   - (ب) عيّن إحداثيتي النقطة B من (Γ) ، بحيث تكون المسافة AM أصغر ما يمكن
   - (ج) بيّن أنّ : $AB=(\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2+1}$

تمرين 30

تقني رياضي – 2016 – الموضوع الثاني (7,5 نقاط)

الجزء الأوّل الدالة g معرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(x-1)\mathrm{e}^{x}$

1. ادرس تغيّرات الدالة g
2. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $1+(x-1)\mathrm{e}^{x}\geqslant 0$

الجزء الثاني الدالة f معرّفة على $[0;+\infty[$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{x}-1}{x}, & x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$$

1. (أ) بيّن أنّ الدالة f مستمرة على $[0;+\infty[$
   (ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. (أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{1+(x-1)\mathrm{e}^{x}}{x^{2}}$$

   (ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها

الجزء الثالث n عدد طبيعي حيث $n\geqslant 1$ ، f_n الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$f_n(x)=\frac{\mathrm{e}^{x}-1}{x}+n\ln x$$

و $(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. ادرس اتجاه تغيّر الدالة f_n على $]0;+\infty[$
2. احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$
3. ادرس الوضع النسبي للمنحنيين $(\mathcal{C}_{f_n})$ و $(\mathcal{C}_{f_{n+1}})$
4. بيّن أنّ جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين إحداثيتيها
5. (أ) بيّن أنّه، يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0{,}3;0{,}4[$ بحيث $f_1(\alpha_1)=0$
   (ب) بيّن أنّه ، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geqslant 1$ فإنّ $f_n(\alpha_1)<0$ ثمّ برهن أنّه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من $]\alpha_1;1[$ بحيث $f_n(\alpha_n)=0$
6. (أ) بالاعتماد على الجزء **الجزء الثاني**، بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;1]$: $\dfrac{\mathrm{e}^{x}-1}{x}\leqslant \mathrm{e}-1$
   (ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geqslant 1$ ، $\ln(\alpha_n)\geqslant\dfrac{1-\mathrm{e}}{n}$، ثمّ $\alpha_n\geqslant \mathrm{e}^{\frac{1-\mathrm{e}}{n}}$
   (ج) جد نهاية المتتالية (α_n)

تمرين 31

تقني رياضي – 2012 – الموضوع الأول (7 نقاط)

الجزء الأول g هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -4 + (4-2x)e^x$

1. ادرس تغيّرات الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
2. بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث : $1{,}59 < \alpha < 1{,}60$
3. استنتج إشارة $g(x)$

الجزء الثاني f هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x) = \frac{2x-2}{e^x - 2x}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (وحدة الطول 2 cm)

1. بيّن أنّ $(\mathcal{C}_f)$ يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب : $y=-1$ و $y=0$
2. (ا) برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x :
$$f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$$
   (ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f
   (ج) احسب $f(1)$ ، ثمّ استنتج ، حسب قيم ، إشارة $f(x)$
3. (ا) بيّن أنّ : $f(\alpha) = -1 + \dfrac{1}{\alpha - 1}$ ، حيث α هو العدد المعرف في السؤال **2** من **الجزء الأول**
   (ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدوّر النتائج إلى 10^{-2})
   (ج) ارسم $(\mathcal{C}_f)$
4. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة : $2x - 2 = (e^x - 2x)(m+1)$
5. h هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = [f(x)]^2$
   (ا) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ، ثمّ استنتج إشارة $h'(x)$
   (ب) شكّل جدول تغيّرات الدالة h

تمرين 32

تقني رياضي – 2012 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

الجزء الأول g هي الدالة المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2+a+b\ln x$ حيث a و b عددان حقيقيان

1. عيّن a و b علما أنّ التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1;-1)$ مماسا معامل توجيهه 4
2. نضع $a=-2$ و $b=2$
   (أ) ادرس تغيّرات الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
   (ب) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0;+\infty[$ ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

الجزء الثاني f هي الدالة المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=x-2-\frac{2\ln x}{x}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (وحدة الطول $2\,\text{cm}$)

1. (أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
   (ب) احسب $f'(x)$ ، ثم تحقق أنّ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$
   (ج) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f
2. (أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-2$ مقارب لـ $(\mathcal{C}_f)$ ، ثمّ ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (Δ)
   (ب) بيّن أنّ $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، ثمّ جد معادلة له
   (ج) نأخذ $\alpha\approx 1{,}25$. بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث : $0{,}6<x_1<0{,}7$ و $2{,}7<x_2<2{,}8$ ، ثمّ ارسم كلا من (Δ) ، (T) و $(\mathcal{C}_f)$
3. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $(m+2)x+2\ln x=0$

تمرين 33

تقني رياضي – 2011 – الموضوع الأول (6 نقاط)

f دالة عددية معرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=\frac{a+b\ln(2x)}{4x^2}$$

حيث a و b عددان حقيقيان و $(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. عيّن a و b بحيث يكون المماس في النقطة $A\left(\frac{1}{2};1\right)$ للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ موازيا لحامل محور الفواصل
2. g الدالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$g(x)=\frac{1+2\ln(2x)}{4x^2}$$

و $(\mathcal{C}_g)$ هو المنحنى الممثل لها في المعلم السابق

(ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ ، فسّر النتيجتين هندسيا

(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها

(ج) حل في $]0;+\infty[$ المعادلة $g(x)=0$

(د) أنشئ $(\mathcal{C}_g)$

3. (ا) h الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$h(x)=\frac{1+2\ln(2x)}{2x}$$

احسب $h'(x)$

(ب) تحقق أنّ : $g(x)=\frac{1}{4x^2}+\frac{\ln(2x)}{2x^2}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة g على المجال $]0;+\infty[$

تمرين 34

تقني رياضي – 2011 – الموضوع الثاني (7,5 نقاط)

الجزء الأول f الدالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقة $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1. ادرس تغيّرات الدالة f
2. عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$
3. بيّن أنّ للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثمّ اكتب معادلة لمماس $(\mathcal{C}_f)$ عندها
4. لتكن g الدالة العددية العرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = f(x) - x$
   (ا) ادرس تغيّرات الدالة g
   (ب) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2{,}7 < \alpha < 2{,}8$
5. (ا) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$
   (ب) ارسم المماس و المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ و المنحى $(\mathcal{C}_f)$

الجزء الثاني (u_n) المتتالية العددية المعرّفة كما يلي : $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

1. باستخدام $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيم (Δ) مثل u_0 و u_1 و u_2 على حامل محور الفواصل
2. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ $1 \leqslant u_n < \alpha$
3. بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما
4. استنتج أنّ (u_n) متقاربة و بيّن أنّ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \alpha$

تمرين 35

تقني رياضي – 2010 – الموضوع الأول (7 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة :

$$f(x)=\frac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x)=ax+\dfrac{b}{3(e^x-1)}$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$
2. احسب نهايات الدالة f عند أطراف كل مجال من مجالي تعريفها
3. بيّن أنّ f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثمّ شكل جدول تغيّراتها
4. (أ) $(\mathcal{D})$ و $(\mathcal{D}')$ المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+\dfrac{4}{3}$
   بيّن أنّ $(\mathcal{D})$ و $(\mathcal{D}')$ مقاربان للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ، ثمّ حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما
   (ب) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0{,}9<x_0<0{,}91$ و $-1{,}66<x_1<-1{,}65$
   (ج) احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x)+f(-x)$. فسّر النتيجة هندسيا
   (د) ارسم $(\mathcal{D})$ و $(\mathcal{D}')$ و $(\mathcal{C}_f)$
   (هـ) m عدد حقيقي ، $(\mathcal{D}_m)$ المستقيم المعرّف بالمعادلة $y=x+m$
   ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $f(x)=x+m$
5. نعتبر الدّالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي : $g(x)=[f(x)]^2$
   ادرس تغيّرات الدّالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x

تمرين 36

تقني رياضي – 2010 – الموضوع الثاني (6 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على كما يلي :

$$f(x) = x\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$$

و $(\mathscr{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. **(أ)** أثبت أنّ الدالة f فردية

(ب) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$f'(x) = 1+\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

(ج) ادرس تغيّرات الدالة f

2. **(أ)** اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0

(ب) ادرس وضعية $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة إلى (T) و استنتج أنّ $(\mathscr{C}_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها

(ج) بيّن أنّ المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x+1$ مقارب لمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ في جوار $+\infty$ ، ثمّ استنتج معادلة (d') المستقيم المقارب اللآخر

(د) ارسم (d) و (d') و $(\mathscr{C}_f)$ في المعلم السابق

3. g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$g(x) = |x|\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$$

(أ) بيّن أنّ الدالة g زوجية

(ب) انطلاقا من $(\mathscr{C}_f)$ ارسم $(\mathscr{C}_g)$ منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق

تمرين 37

تقني رياضي – 2009 – الموضوع الأول (7 نقاط)

نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. احسب $f(x)+f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثمّ استنتج أنّ النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$
2. ادرس تغيّرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثمّ استنتج جدول تغيّراتها على $\mathbb{R}$
3. بيّن أنّ المستقيم ذي المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $+\infty$

   احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+2)]$ ، ثمّ استنتج المستقيم المقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $-\infty$
4. بيّن أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا α بحيث $-1{,}7 < \alpha < -1{,}6$
5. ارسم $(\mathcal{C}_f)$ من أجل $x \in \mathbb{R}$
6. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ،

$$f(x) = x + \frac{2e^{-x}}{e^{-x} + 1}$$

7. احسب $\mathcal{A}(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيمات ذات المعادلات : $y = x+2$ و $x = 0$ و $x = \alpha$

   بيّن أنّ $\mathcal{A}(\alpha) = 2\ln(-\alpha)$ ثمّ استنتج حصرا للعدد $\mathcal{A}(\alpha)$

تمرين 38

تقني رياضي – 2009 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

1. g دالة معرّفة على $[1\,;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=2x+\ln x$

(أ) احسب نهاية الدالة f عنما يؤول x إلى $+\infty$

(ب) ادرس اتتجاه تغيّر الدّالة g

(ج) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجالة $[1\,;+\infty[$ فإنّ $g(x)\neq 0$

2. لتكن f دالة معرّفة على $[1\,;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=\frac{6\ln x}{2x+\ln x}$$

(أ) بيّ، أنّه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x)=\dfrac{6\frac{\ln x}{x}}{2+\frac{\ln x}{x}}$ من أجل $x\in[1\,;+\infty[$

(ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

(ج) ادرس اتجاه تغيّر الدّلة f

(د) شكل جدول تغيّرات f ، ما هي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x)=k$ حلين متمايزين ؟

(هـ) جد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث $(\mathcal{C}_f)$ يرمز إلى التمثيل البياني للدّالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

3. نعتبر الدّالة h المعرّفة على $[1\,;+\infty[$ بالعبارة : $h(x)=f(e^x)$ و $(\mathcal{C}_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق

(أ) شكل جدول تغيّرات الدّالة h

(ب) جد معادلة للمماس (Δ_2) للمنحنى $(\mathcal{C}_h)$ عند النقطة التي فاصلتها 1

(ج) ارسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_h)$ في نفس المعلم السابق

شعبة رياضيات

تمرين 39

رياضيات – 2017 – الموضوع الأول (7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(-x^3+2x^2)\mathrm{e}^{-x+1}$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. (أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يطلب تعيين معادلة له

   (ب) بيّن أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=x(x^2-5x+4)\mathrm{e}^{-x+1}$

   ثمّ استنتج اتجاه تغيّر الدالة f و شكّل جدول تغيّراتاها

2. اكتب معادلة (T) مماس المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 2

3. h الدالة المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=x^2\mathrm{e}^{-x+2}-4$

   ادرس اتجاه تغيّر الدالة h ثمّ استنتج إشارة $h(x)$ حدّد عندئذ وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (T) على المجال $[0;+\infty[$

4. ارسم المماس (T) و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $[0;+\infty[$

5. نعتبر m وسيط حقيقي و المعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب : $(E) \quad \ldots \quad f(x)=m(x-2)$

   ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E)

6. g الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$

   اعتمادا على السؤال رقم **1** ، شكّل جدول تغيّرات الدالة g

تمرين 40

رياضيات – 2017 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

الجزء الأول نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\frac{1}{x}-\ln x$

1. ادرس تغيّرات الدالة g
2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1{,}76;1{,}77[$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

الجزء الثاني نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0;+\infty[$ المجال كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x+1}{x-\ln x}, & x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

$(\mathscr{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. أثبت أنّ الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين، ثمّ احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\frac{f(x)}{x}$ و فسّر النتيجة بيانيا
2. بيّن أنّ : من أجل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$
3. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و فسّر ذلك بيانيا ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f
4. لتكن الدالة h المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=x-\ln x$
   (ا) بيّن أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $h(x)>0$
   و استنتج وضعية $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=1$
   (ب) ارسم $(\mathscr{C}_f)$. (نأخذ $f(\alpha)\approx 2{,}31$)
5. لتكن الدالة F المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $F(x)=\int_1^x f(t)\,\mathrm{d}t$
   - بيّن أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geqslant 1$ ، $\frac{1}{x}+1\leqslant f(x)\leqslant f(\alpha)$
   - اعط تفسيرا هندسيا للعدد $F(\mathrm{e})$ ثمّ استنتج حصرا له

تمرين 41

رياضيات – 2016 – الموضوع الأول (7 نقاط)

الجزء الأول g الدّالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1+x^2+2\ln x$

1. ادرس اتجاه تغيّر الدالة g
2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0{,}52;0{,}53[$ حلا وحيدا α
3. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

الجزء الثاني f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=-x+\frac{3+2\ln x}{x}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. (ا) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$
   (ب) شكّل جدول تغيّرات الدّالة f
   (ج) تحقق أنّ : $f(\alpha)=2\left(\dfrac{1}{\alpha}-\alpha\right)$ ثمّ عيّن حصرا له
3. (ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x]$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا
   (ب) ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل (Δ)
   (ج) بيّن أنّ $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة ديكارتية له
4. نقبل أنّ $(\mathcal{C}_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما x_0 و x_1 حيث : $0{,}22<x_0<0{,}23$ و $2{,}11<x_1<2{,}13$
   ارسم (T) ، (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$
5. m وسيط حقيقي. ناقش حسب قيم m ، عدد حلول المعادلة : $3+2\ln x-mx=0$

الجزء الثالث من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $u_n=\displaystyle\int_{e^n}^{e^{n+1}}[f(x)+x]\,dx$

1. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$
2. أعط تفسيرا هندسيا للعدد u_0
3. احسب u_n بدلالة n
4. نضع : $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$. احسب S_n بدلالة n

تمرين 42

رياضيات – 2016 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

الجزء الأول φ الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $\varphi(x)=(x^2-x+1)\mathrm{e}^{-x+1}-1$

1. (أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\varphi(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة φ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها

2. بيّن أنّ المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ ، حلا α يختلف عن 1 ثمّ تحقق أنّ : $2{,}79<\alpha<2{,}80$

3. استنتج إشارة φ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني f و g الدالتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=(2x-1)\mathrm{e}^{-x+1}$ و $g(x)=\dfrac{2x-1}{x^2-x+1}$

$(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$ تمثيلاهما البيانيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. (أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها

2. بيّن أنّ للمنحنيين $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$ مماسا مشتركا (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثمّ جد معادلة له

3. ارسم المماس (T) و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$

4. (أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)-g(x)=\dfrac{(2x-1)\varphi(x)}{x^2-x+1}$

(ب) ادرس إشارة الفرق $f(x)-g(x)$ على $\mathbb{R}$ ثمّ استنتج الوضع النسبي للمنحنيين $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$

(ج) باستعمال مكاملة بالتجزئة، احسب بدلالة العدد الحقيقي x : $\int_1^x f(t)\,\mathrm{d}t$

(د) احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيين $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$ و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=1$ و $x=2$

الجزء الثالث

1. احسب $f''(x)$ ، $f^{(3)}(x)$ و $f^{(4)}(x)$. أعط تخمينا لعبارة $f^{(n)}(x)$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم

($f^{(n)}(x)$ الدالة المشتقة من المرتبة n للدالة f)

2. برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $f^{(n)}(x)=(-1)^n\left[2x-(2n+1)\right]\mathrm{e}^{1-x}$

3. (u_n) المتتالية العددية المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، كما يلي : $u_n=f^{(n)}(1)$

4. احسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم k ، المجموع : u_k+u_{k+1}

5. استنتج بدلالة n ، المجموع $u_1+u_2+\cdots+u_{2n}$

تمرين 43

رياضيات – 2015 – الموضوع الأول (7 نقاط)

f الدالة المعرّفة بـ : $f(0)=1$ ، و من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f(x)=1-x^2\ln x$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. (أ) ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين
   (ب) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0}\dfrac{f(x)-1}{x}$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا
2. (أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
   (ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
3. (أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$
   (ب) تحقق أنّ $1{,}531<\alpha<1{,}532$
4. نعتبر الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=f(|x|)$
   $(\mathcal{C}_g)$ المنحنى الممثل للدالة g في نفس المعلم $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$
   (أ) ادرس شفعية الدالة g
   (ب) أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_g)$ على المجال $[-2;2]$
5. باستعمال المكاملة بالتجزئة ، عيّن الدالة الأصلية للدالة $x\mapsto x^2\ln x$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ ، و التي تنعدم من أجل القيمة 1
6. t عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;\alpha]$. نضع : $F(t)=\int_t^{\alpha} f(x)\,\mathrm{d}x$
   (أ) اكتب العبارة $F(t)$ بدلالة t و α
   (ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي t من المجال $]0;\alpha]$ ، $F(t)=\dfrac{-3tf(t)-t^3-6t+\alpha^3+6\alpha}{9}$
   (ج) احسب $\lim\limits_{t \overset{>}{\to} 0} F(t)$
7. m عدد حقيقي ينتمي إلى المجالة $]0;\alpha]$
   $\mathcal{S}(m)$ مساحة الدائرة ذات المركز المبدأ O و نصف القطر m .
   نفرض أنّ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_g)$ ، حامل محور الفواصل و المستقيمين اللّذين معادلتنهما على الترتيب : $x=-\alpha$ و $x=\alpha$ هي $\mathcal{A}$ حيث : $\mathcal{A}=\dfrac{2}{9}\left(\alpha^3+6\alpha\right)$ ua
   (ua وحدة المساحات)
   (أ) عيّن القيمة المضبوطة للعدد m حتى يكون $\mathcal{S}(m)=2\mathcal{A}$
   (ب) علما أنّ $3{,}140<\pi<3{,}142$ أعط حصرا للعدد m

تمرين 44

رياضيات – 2015 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

f هي الدالة المعرّفة بـ : $f(0)=0$ و من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ،

$$f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار
2. احسب $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 0} \dfrac{f(x)}{x}$ ، ثمّ فسر النتيجة هندسيا
3. (أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
   (ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
4. (أ) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]=0$
   (ب) استنتج أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ ، يطلب تعيين معادلة له
5. g الدالة المعرّفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ : $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$
   (أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$
   (ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
6. (أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)>x$
   (ب) استنتج وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ)
   (ج) أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$
7. (u_n) المتتالية المعرّفة بـ : $u_0=-3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$
   (أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<0$
   (ب) حدّد اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)
   (ج) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متقاربة، ثمّ عيّن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$
8. m عدد حقيقي. h_m الدالة ذات المتغيّر الحقيقي x المعرّفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ:

$$h_m(x)=xe^{\frac{1}{x}}-mx$$

   (أ) احسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدّالة المشتقة للدّالة h_m
   (ب) باستعمال المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ، ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x)=0$

تمرين 45

رياضيات – 2014 – الموضوع الأول (6 نقاط)

الجزء الأول g الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(2-x)\mathrm{e}^x-1$

1. ادرس تغيّرات الدالة g
2. بيّن أنّ للمعادلة $g(x)=0$ في $\mathbb{R}$ حلان α و β حيث $-1{,}2<\alpha<-1{,}1$ و $1{,}8<\beta<1{,}9$
3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني f الدّالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x)=\frac{\mathrm{e}^x-1}{\mathrm{e}^x-x}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. احسب نهاية الدّالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ و فسّر النتيجتين هندسيا
2. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x :
$$f'(x)=\frac{g(x)}{(\mathrm{e}^x-x)^2}$$
و استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكل جدول تغيّراتها
3. بيّن أنّ : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$ و استنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$
4. احسب $f(1)$ ثمّ ارسم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$
5. λ عدد حقيقي أكبر أو يساوي 1
   - (أ) احسب بدلالة العدد λ العدد $a(\lambda)$ حيث : $a(\lambda)=\displaystyle\int_1^{\lambda}[f(x)-1]\,\mathrm{d}x$
   - (ب) احسب نهاية $a(\lambda)$ عندما يؤول λ إلى $+\infty$

تمرين 46

رياضيات – 2014 – الموضوع الثاني (5,5 نقاط)

1. f الدّالة العددية العرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=(1+2\ln x)(-1+\ln x)$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

(ا) ادرس تغيّرات الدّالة f

(ب) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة e (حيث e أساس اللوغاريتم النيبري)

(ج) عيّن فواصل نقط تقاطع $(\mathcal{C}_f)$ مع حامل محور الفواصل ثمّ ارسم $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]0;\mathrm{e}^2]$

2. g الدّالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1-\ln x$

$(\mathcal{C}_g)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق

(ا) ادرس تغيّرات الدّالة g

(ب) عيّن الوضع النسبي للمنحنيين $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$ ثمّ ارسم $(\mathcal{C}_g)$ على المجال $]0;\mathrm{e}^2]$

3. نعتبر الدّالة العددية h المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$

(ا) احسب $h'(x)$ و استنتج دالة أصلية للدّالة $x\mapsto(\ln x)^2$ على المجال $]0;+\infty[$

(ب) احسب العدد : $\displaystyle\int_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{\mathrm{e}}[f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$

تمرين 47

رياضيات – 2013 – الموضوع الأول (6 نقاط)

الجزء الأول

1. الدالة u معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $u(x)=\mathrm{e}^x-3x+4-\mathrm{e}$
   (ا) ادرس اتجاه تغيّر الدالة u
   (ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $\mathrm{e}^x-\mathrm{e}>3x-4$
2. الدالة v معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $v(x)=-3x^3+4x^2-1+\ln x$
   (ا) بيّن أنّ : $v'(1)=0$. (يرمز v' إلى الدالة المشتقة للدالة v)
   (ب) استنتج، أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $v(x)\leqslant 0$
   (ج) استنتج، أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $\dfrac{-1+\ln x}{x^2}\leqslant 3x-4$
3. أثبت أنّه ، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $\mathrm{e}^x-\mathrm{e}+\dfrac{1-\ln x}{x^2}>0$

الجزء الثاني

الدالة f معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\mathrm{e}^x-\mathrm{e}x+\frac{\ln x}{x}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. احسب : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
3. احسب $f(1)$ ، ثمّ مثّل المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]0;\frac{5}{2}]$. (نأخذ : $f(2)\approx 2{,}3$ ، $f(1,64)\approx 1$ و $f\left(\frac{5}{2}\right)\approx 5{,}75$)
4. احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللّذين معادلتاهما $x=\dfrac{1}{2}$ و $x=2$

تمرين 48

رياضيات – 2013 – الموضوع الثاني (8 نقاط)

الجزء الأوّل الدالة g معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1+(x^2-1)e^{-x}$

1. (أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها . (نأخذ $g\left(1-\sqrt{2}\right)\approx -0{,}25$ و $g\left(1+\sqrt{2}\right)\approx 1{,}43$)

2. (أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ ، ثمّ تحقق أنّ أحدهما معدوم و الآخر α ، حيث : $-0{,}8<\alpha<-0{,}7$

(ب) استنتج إشارة $g(x)$ ، حسب قيم العدد الحقيقي x

الجزء الثاني الدالة f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-(x+1)^2e^{-x}$

$(\mathscr{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (وحدة الطول $2\,\text{cm}$)

1. (أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

(ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ ، مقارب مائل للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ عند $+\infty$

(ج) ادرس وضعية المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

2. (أ) بيّن أنّه ، من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=g(x)$. (يرمز f' إلى الدالة المشتقة للدالة f)

(ب) شكّل جدول تغيّرات الدالة f على $\mathbb{R}$. (نأخذ $f(\alpha)\approx -0{,}9$)

3. (أ) بيّن أنّ المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ يقبل مماسين ، معامل توجيه كل منهما يساوي 1 ، يطلب تعيين معادلة لكل منهما

(ب) مثّل (Δ) و المماسين و المنحنى $(\mathscr{C}_f)$

(ج) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $(x+1)^2+me^{x}=0$

4. الدالة H معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $H(x)=(-x^2-4x-5)e^{-x}$

(أ) بيّن أنّ H دالة أصلية للدالة: $x\mapsto(x+1)^2e^{-x}$ على $\mathbb{R}$

(ب) احسب بالسنتمتر المربع، مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$

الجزء الثالث (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ : $u_0=\alpha$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

(نذكر أنّ العدد α يحقق $g(\alpha)=0$)

1. برهن بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $-1\leqslant u_n\leqslant\alpha$
2. بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة
3. استنتج أنّ (u_n) متقاربة، ثمّ احسب نهايتها

تمرين 49

رياضيات – 2012 – الموضوع الأول (8 نقاط)

الجزء الأول g هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2-xe^x$

1. ادرس تغيّرات الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، ثمّ تحقق أنّ : $0{,}8<\alpha<0{,}9$
3. عيّن ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$

الجزء الثاني f هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x)=\frac{2x+2}{e^x+2}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. (وحدة الطول 2 cm)

1. بيّن أنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثمّ فسر النتيجة هندسيا
2. (ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
   (ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ') ذا العادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$
3. ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى كل من (Δ') و (Δ) ، حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$
4. (ا) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ،
   $$f'(x)=\frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$$
   ثمّ استنتج اتجاه تغيّر الدالة
   (ب) بيّن أنّ : $f(\alpha)=\alpha$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f
5. ارسم (Δ) ، (Δ') و $(\mathcal{C}_f)$
6. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$

الجزء الثالث (U_n) هي المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $U_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$

1. برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\leqslant U_n<\alpha$
2. باستعمال (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$ مثّل على محور لافواصل الحدود : U_0 ، U_1 و U_2 ، ثمّ خمّن اتجاه تغيّر (U_n)
3. برهن أنّ المتتالية (U_n) متقاربة، ثمّ احسب نهايتها

تمرين 50

رياضيات – 2012 – الموضوع الثاني (8 نقاط)

الجزء الأول g هي الدالة المعرّفة على المجال $]-1;3]$ كما يلي : $g(x) = 2\ln(x+1) - \dfrac{x}{x+1}$

1. ادرس تغيّرات الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها
2. بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α يحقق : $-0{,}8 < \alpha < -0{,}7$
3. عيّن ، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$
4. h هي الدالة المعرّفة على المجال $]-1;3]$ بـ : $h(x) = [g(x)]^2$
   (أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$
   (ب) عيّن إشارة $h'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة h

الجزء الثاني f هي الدالة المعرّفة على المجال $]-1;3]$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2}{\ln(x+1)}, & x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

$(\mathscr{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1. بيّن أنّ الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0 ، ثمّ اكتب معادلة لـ (T) مماس $(\mathscr{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0
2. (أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;0[\cup]0;3]$ ،

$$f'(x) = \frac{x\,g(x)}{[\ln(x+1)]^2}$$

   ثمّ استنتج اتجاه تغيّر الدالة f
   (ب) بيّن أنّ : $f(\alpha) = 2\alpha(\alpha+1)$ ، ثمّ عيّن حصرا لـ $f(\alpha)$
   (ج) احسب $f(3)$ و $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f
3. (أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;3]$ فإنّ : $x - \ln(x+1) \geqslant 0$
   (ب) ادرس وضعية $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة إلى المماس (T)
4. عيّن معادلة للمستقيم (T') الموازي للمماس (T) و الذي يتقاطع مع $(\mathscr{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 3
5. ارسم (T) ، (T') و $(\mathscr{C}_f)$
6. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = x + m$

تمرين 51

رياضيات – 2011 – الموضوع الأول (7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (3x+4)\mathrm{e}^x$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. (أ) احسب $f'(x)$ ، $f''(x)$ ثمّ برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإنّ : $f^{(n)}(x) = (3x+3n+4)\mathrm{e}^x$ حيث f' ، f'' ، $\cdots$ ، $f^{(n)}$ المشتقات المتتابعة للدالة f

   (ب) استنتج حل للمعادلة التفاضلية : $y'' = (3x+16)\mathrm{e}^x$

2. (أ) بيّن أنّ : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ و فسر النتيجة هندسيا

   (ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها

3. (أ) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة ω التي فاصلتها $\dfrac{-10}{3}$

   (ب) بيّن أنّ النقطة ω هي نقطة انعطاف للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$

   (ج) ارسم (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty\,;0]$

4. (أ) x عدد حقيقي من المجال $]-\infty\,;0]$ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\displaystyle\int_{-1}^{x} t\mathrm{e}^t\,\mathrm{d}t$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty\,;0]$

   (ب) λ عدد حقيقي أصغر تماما من $-\dfrac{4}{3}$

   احسب بدلالة λ المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $y = 0$ ، $x = -\dfrac{4}{3}$ و $x = \lambda$ ، ثمّ جد $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} \mathcal{A}(\lambda)$

تمرين 52

رياضيات – 2011 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

1. g الدالة العددية العرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+\ln x^2-1$

(أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها

(ب) احسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ في المجال $]0;+\infty[$

2. f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\ln x$$

و $(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

(أ) بيّن أنّ f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ و أنّ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$

استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها

(ب) (δ) المنحنى الممثل للدالة $x\mapsto \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$

– ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (δ) ثمّ جد $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x^2}\ln x$ ، ماذا تستنتج ؟

– ارسم (δ) و $(\mathcal{C}_f)$

3. (أ) x عدد حقيقي من المجال $[1;+\infty[$ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\displaystyle\int_1^x \frac{1}{t^2}\ln t\,dt$

– تحقق أنّ : $x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على المجال $[1;+\infty[$

– استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $[1;+\infty[$

(ب) α عدد حقيقي أكبر تماما من 1

احسب بدلالة α المساحة $\mathcal{A}(\alpha)$ للحيّز المستوي المحدد بالمنحنين $(\mathcal{C}_f)$ و (δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=1$ و $x=\alpha$ ، ثمّ احسب $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}\mathcal{A}(\alpha)$

تمرين 53

رياضيات – 2010 – الموضوع الأول (7 نقاط)

الجزء الأول g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=(3-x)\mathrm{e}^{x}-3$

1. ادرس تغيّرات الدالة g
2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث : $2{,}82<\alpha<2{,}83$
3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

الجزء الثاني f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3}{\mathrm{e}^{x}-1}\ , & x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

$(\mathscr{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. بيّن أنّ الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0=0$ ، اكتب معادلة لـ (T) مماس $(\mathscr{C}_f)$ عند المبدأ O
2. (ا) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3\mathrm{e}^{-x}=0$ ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
   (ب) بيّن أنّه من أجل $x\neq 0$ فإنّ :
   $$f'(x)=\frac{x^2}{(\mathrm{e}^{x}-1)^2}g(x)$$
   (ج) تحقق أنّ $f(\alpha)=\alpha^2(3-\alpha)$ ثمّ عيّن حصرا له
   (د) أنشئ جدول تغيّرات الدالة f
3. احسب $f(x)+x^3$ و استنتج الوضعية النسبية لـ $(\mathscr{C}_f)$ و $(\mathscr{C})$ منحنى الدالة $x\mapsto -x^3$
   بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x^3]=0$ و فسر النتيجة هندسيا
4. أنشئ في نفس المعلم المماس (T) و المنحنيين $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}_f)$

تمرين 54

رياضيات – 2010 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x-1-2\ln x$

و $(\mathscr{C}_g)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ وحدة الطول هي $4\,\text{cm}$

1. احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ ثمّ فس النتيجة هندسيا
2. (ا) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$
   (ب) ادرس تغيّرات الدالة g
   (ج) احسب $g(1)$
   (د) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما α حيث : $3{,}5<\alpha<3{,}6$
   (هـ) استنتج إشارة $g(x)$ ثمّ إشارة $g\left(\dfrac{1}{x}\right)$
3. f الدالة العددية المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=-x^2+x+x^2\ln x\ , & x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

   (ا) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \dfrac{f(x)}{x}$ و فسر النتيجة هندسيا
   (ب) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$
   (ج) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ فإنّ : $f'(x)=xg\left(\dfrac{1}{x}\right)$ ، و استنتج اتجاه تغيّر الدالة f
   (د) شكل جدول تغيّرات الدالة f، بيّن أنّ : $f\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)=\dfrac{\alpha-1}{2\alpha^2}$ و استنتج حصرا للعدد $f\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)$
4. ارسم المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ الممثل للدالة f على المجال $[0;3]$

تمرين 55

رياضيات – 2009 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي :

$$f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x+1}}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. ادرس تغيّرات الدالة f
2. (أ) بيّن أنّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته : $y = x$
   (ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ و (D)
3. (أ) بيّن أنّ $(\mathcal{C}_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث : $1,3 < x_0 < 1,4$
   (ب) عيّن معادلة (Δ) مماسا للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب
   (ج) ارسم (Δ) و (D) في نفس المعلم
4. أوجد الدالة الأصلية للدالة f و التي تنعدم من أجل القيمة 0 للمتغيّر x
5. g الدّالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $g(x) = |f(x)|$
   $(\mathcal{C}_g)$ منحنى الدالة g في المعلم السابق
   بيّن كيف يمكن إنشاء $(\mathcal{C}_g)$ انطلاقا من $(\mathcal{C}_f)$ ، ثمّ ارسمه في نفس المعلم السابق
6. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $g(x) = m^2$

تمرين 56

رياضيات – 2008 – الموضوع الثاني (7 نقاط)

الجزء الأول f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة :

$$f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$$

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

1. ادرس تغيّرات الالة f
2. – بيّن أنّ $(\mathcal{C}_f)$ يقبل نقطة انعطاف ω و اكتب معادلة لمماس $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ω
   – أثبت أنّ ω مركز تناظر للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$
3. – احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x-1)]$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (x+3)]$
   – استنتج أنّ $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما
4. – بيّن أنّ $(\mathcal{C}_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2{,}77\,; -2{,}76[$
   – احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور لانتائج إلى 10^{-2}) ثمّ ارسم $(\mathcal{C}_f)$ و مستقيميه المقاربين

الجزء الثاني g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة

$$g(x) = -x + 3 - \frac{4}{e^x + 1}$$

$(\mathcal{C}_g)$ منحنى الدالة g

1. – بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x) = f(-x)$
   – استنتج أنّه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول $(\mathcal{C}_f)$ إلى $(\mathcal{C}_g)$
2. أنشئ في نفس المعلم السابق $(\mathcal{C}_g)$ (دون دراسة الدالة g)