مراجعة بداية السنة

2017-2018

1 معادلات و متراجحات

تطبيق 1 ★☆☆☆☆

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات و المتراجحات التالية :

1) $\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{12}=0$
2) $x^4-x^2-12=0$
3) $\frac{6}{2x+1}<4x-1$
4) $(4-2x^2)(2x-1)\geqslant 0$

تطبيق 2 ★☆☆☆☆

1. برّر صحة أو خطأ كل اقتراح :
   - ☐ العبارة $\sqrt{-x}$ ليست معرّفة من أجل كل x من $\mathbb{R}$
   - ☐ العبارة $\sqrt{|-x|}$ معرّفة من أجل كل x من $\mathbb{R}$
   - ☐ $|x-3|\leqslant 4$ تُكافئ $1\leqslant x\leqslant 7$
2. (ا) لتكن $A(x)=\frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$
ما هي قيم العدد الحقيقي x التي من أجلها تكون العبارة $A(x)$ معرّفة ؟
(ب) برّر أنّه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم :
$$\frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}-2$$
3. (ا) اكتب $\sqrt{x^2}$ باستعمال رمز القيمة المطلقة
(ب) ما الفرق بين كل من $\sqrt{x^2}$ ، $\left(\sqrt{x}\right)^2$ و x ؟
(ج) لماذا المساواة التالية خاطئة :
من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ ، $x-2\sqrt{x^2}=-x$

تطبيق 3 ★☆☆☆☆

نعتبر في المجموعة $\mathbb{R}-\{-1;2\}$ المتراجحة :
$$\frac{-2x}{x+1}\geqslant\frac{4x+3}{x-2}\qquad(1)$$

1. أثبت أنّ المتراجحة (1) تكافئ :
$$\frac{-6x^2-3x-3}{(x+1)(x-2)}\geqslant 0$$
2. نضع
$$C(x)=\frac{-6x^2-3x-3}{(x+1)(x-2)}$$
(ا) أدرس إشارة كل من $-6x^2-3x-3$ و $(x+1)(x-2)$
(ب) شكل جدول إشارة $C(x)$
3. استنتج حلول المتراجحة (1)

تطبيق 4 ★★★☆☆

لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :
$$f(x)=-x^3-2x^2+4x+5$$
$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. عيّن معادلة للمماس (T) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 1
2. نُريد دراسة وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى مماسه (T)
(ا) ليكن كثير الحدود $P(x)=-x^3-2x^2+7x-4$
احسب $P(-4)$
(ب) استنتج ثلاثة أعداد حقيقية a ، b و c بحيث يكون $P(x)=(x+4)(ax^2+bx+c)$
استنتج إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$
(ج) استنتج وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (T)

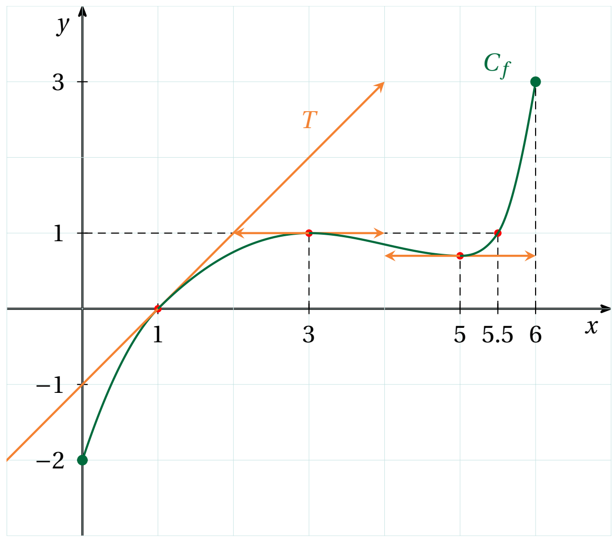
تطبيق 5 ★★★★☆

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات و المتراجحات التالية :

1) $\sqrt{x-3}=-x+5$
2) $2-x<\sqrt{-x+4}$
3) $2x+5>\sqrt{x-2}$
4) $x+1\leqslant\sqrt{x^2-3x-4}$

تطبيق 6 ★★☆☆☆

المنحنى التالي هو لدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و $\mathcal{T}$ هو المماس للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1



1. عيّن بيانيا، $f(0)$ ، $f(1)$ ، $f'(1)$ و $f'(5)$
2. حل بيانيا في المجال $[0;6]$
   (أ) المعادلة $f(x)=0$
   (ب) المعادلة $f'(x)=0$
   (ج) المتراجحة $f'(x)\geqslant 0$

تطبيق 7 ★★★★☆

f هي الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بما يلي :

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$$

حيث a ، b و c هي ثلاثة أعداد حقيقية

$(\mathcal{C}_f)$ هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. (وحدة الرسم : 1 cm على محور الفواصل و 0,5 cm على محور التراتيب)

الجزء الأول تعيين عبارة الدالة

عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c علما أنّ:

- المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يشمل النقطة $A(0;1)$
- المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يشمل النقطة $B(3;10)$
- المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل في النقطة B مماسا موازيا لمحور الفواصل

الجزء الثاني دراسة الدالة f

نقبل أنّ الدالة f معرف من أجل كل $x\neq 1$ بما يلي :

$$f(x)=x+5+\frac{4}{x-1}$$

1. أثبت أنّ النقطة $I(1;6)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$
2. عيّن نقط تقاطع المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ مع محور الفواصل.
3. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
   هل المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا موازيل لمحور التراتيب ؟
4. أثبت أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+5$ هو مقارب للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $+\infty$ و عند $-\infty$.
   ادرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ)
5. (أ) f' هي الدالة المشتقة للدالة f.
   أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 1$،
   $$f'(x)=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$$
   (ب) عيّن حسب قيم x ، إشارة $f'(x)$ ثمّ استنتج اتجاه تغيّر الدالة f
   (ج) شكّل جدول تغيّرات الدالة f
6. عيّن معادلة لـ (T) المماس للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة E ذات الفاصلة 2
   عيّن إحداثيات النقطة F التي يكون المماس فيها (T') يُوازي (T)
7. أنشئ المستقيمات المقاربة، المماسين (T) و (T') ثمّ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$