

عموميات على الدوال

2017-2018

1 اتجاه التغيير

تمرين 1

☆☆☆

لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = -x^2 - 6x + 3$ 1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$f(x) = -(x+3)^2 + 12$$

2. ادرس اتجاه تغيير الدالة f على كل من المجالين $[-3; +\infty[$ و $] -\infty; -3]$

تمرين 2

☆☆☆

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ : $f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$ 1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 2$ لدينا :

$$f(x) = 3 + \frac{1}{x-2}$$

2. ادرس اتجاه تغيير الدالة f على كل من المجالين $]2; +\infty[$ و $] -\infty; 2[$

تمرين 3

☆☆☆

1. لماذا الدالة $x \mapsto x^2 + \frac{1}{x}$ هي متناقصة تماما على المجال $] -\infty; 0[$ ؟2. لماذا الدالة $x \mapsto x - \frac{1}{x}$ هي متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$ ؟3. لماذا الدالة $x \mapsto x^2 + |x|$ هي متناقصة تماما على المجال $] -\infty; 0]$ ؟

تمرين 4

☆☆☆

ادرس اتجاه تغيير كل دالة من الدوال التالية :

1. الدالة f المعرفة على المجال $I = [0; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = x + \sqrt{x}$$

2. الدالة $f + g$ ، حيث f و g هما الدالتان المعرفتان علىالمجال $I = [0; +\infty[$ بـ : $f(x) = -x^2$ و $g(x) = -\sqrt{x}$ 3. الدالة $-3f$ ، حيث f هي الدالة المعرفة على المجالالمجال $I = [-2; +\infty[$ بـ : $f(x) = \sqrt{x+2}$ 4. الدالة $g \circ f$ ، حيث f و g هما الدالتان المعرفتان علىالمجال $I = [0; +\infty[$ بـ : $f(x) = -2x$ و $g(x) = x^2$

تمرين 5

☆☆☆

 f ، g و h هي الدوال المعرفة بـ :

$$h(x) = 2x - 1 \quad \text{و} \quad g(x) = 1 + \frac{1}{2x} \quad ، \quad f(x) = 2x - \frac{1}{2x}$$

1. (أ) اكتب f بصيغة مجموع دالتين u و v يطلب تحديدهما(ب) ما هو اتجاه تغيير كل من الدالتين u و v على كل منالمجالين $] -\infty; 0[$ و $]0; +\infty[$ ؟استنتج اتجاه الدالة f على كل من هذين المجالين2. (أ) احسب و بسط $\frac{f(x)}{g(x)}$ (ب) هل الدالتان h و $\frac{f}{g}$ هما متساويتان ؟(ج) ما هو بالضبط منحنى الدالة $\frac{f}{g}$ ؟

تمرين 6

☆☆☆

فكك كل دالة من الدوال التالية إلى مركب دالتين مرجعيتين

$$f : x \mapsto \sqrt{x+3} \quad (2) \quad f : x \mapsto \frac{1}{3x-1} \quad (1)$$

$$f : x \mapsto \frac{5}{x} - 1 \quad (4) \quad f : x \mapsto 2\sqrt{x} + 4 \quad (3)$$

$$f : x \mapsto 2x^2 - 1 \quad (6) \quad f : x \mapsto (x+3)^2 \quad (5)$$

$$f : x \mapsto \sin(3x+2) \quad (8) \quad f : x \mapsto 3\sin x + 2 \quad (7)$$

تمرين 7

☆☆☆

بعد كتابة الدالة بصيغة مركب دالتين مرجعيتين، ادرس اتجاه تغيير f على المجال I المعطى :

$$I = [-2; +\infty[\quad f(x) = \sqrt{2x+4} \quad (1)$$

$$I =]-1; +\infty[\quad f(x) = \frac{1}{x+1} \quad (2)$$

$$I =]-\infty; 0[\quad f(x) = \frac{1}{x^2+1} \quad (3)$$

تمرين 8

☆☆☆

f و g هما الدالتان المعرفتان بـ :

$$g(x) = x^2 - 2x \quad \text{و} \quad f(x) = 1 + \sqrt{x+1}$$

1. عيّن مجموعة تعريف كل من الدالتين f و g

2. أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1; +\infty[$:

$$(g \circ f)(x) = x$$

تمرين 9

☆☆☆

f و g هما الدالتان المعرفتان بـ :

$$g(x) = \frac{x}{x+2} \quad \text{و} \quad f(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

نضع : $h = g \circ f$

1. عيّن مجموعة تعريف الدالة h ثمّ عيّن $h(x)$

2. نعتبر الدالة k المعرفة بـ : $k(x) = \frac{x+3}{3x+5}$

هل الدالتان h و k هما متساويتان ؟

☆☆☆

تمرين 10

جدول التغيّرات التالي هو لدالة f معرفة على المجال $[-4; 4]$

x	-4	-1	2	3	4
f	3	0	2	0	-1

1. شكل جدول تغيّرات الدوال الخمسة التالية المعرفة كما يلي

$$h(x) = -f(x) \quad < \quad g(x) = 2f(x) \quad <$$

$$j(x) = |f(x)| \quad < \quad i(x) = f(x) + 3 \quad <$$

$$k(x) = f(|x|) \quad <$$

2. (ا) أنشئ منحنى يمثل الدالة f على المجال $[-4; 4]$

(ب) في نفس المعلم أنشئ منحنيات الدوال g ، h و i

(ج) في معلم ثان، أنشئ منحنيات الدوال f ، z و k

☆☆☆

تمرين 11

f هي الدالة المعرفة بـ :

$$f(x) = \frac{x+2}{x+1}$$

1. عيّن مجموعة تعريف الدالة f

2. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f فإنّ :

$$f(x) = a + \frac{b}{x+1}$$

حيث a و b هما عددا حقيقيان يُطلب تعيين قيمتهما

3. استنتج اتجاه تغيير الدالة f على كل من المجالين

$$]-1; +\infty[\quad \text{و} \quad]-\infty; -1[$$

4. أرسم في معلم، التمثيل البياني للدالة f انطلاقاً من التمثيل

البياني للدالة "مقلوب"

5. نعتبر الدالة h المعرفة كما يلي :

$$h(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x+1}}$$

(ا) عيّن مجموعة تعريف الدالة h

(ب) أثبت أنّ h هي مركب دالتين يُطلب تعيينهما

(ج) استنتج اتجاه تغيير الدالة h على المجال $]-2; -\infty[$ و

$$\text{على المجال }]-\infty; -1[$$