

الأهداف

عزيزي الطالب ... نتوقع بعد دراسة هذه البطاقة أن تكون قادرا على :

- ✓ تأطير أو تعيين حصرا لمجموع عددين محصورين
- ✓ تعيين حصرا لفرق عددين محصورين
- ✓ تعيين حصرا لجداء عددين محصورين
- ✓ تعيين حصرا لقسمة عددين محصورين

حصر فرق عددين

نعين أولا حصرا للعدد $-y$ ، ثم نجتمع طرفا بطرف مع حصر

العدد x

مثال : علما أنّ $\begin{cases} -2 < x < 3 \\ -4 < y < -1 \end{cases}$ نستنتج أنّ:

ثمّ بالجمع طرفا إلى طرف نحصل على حصر العدد $x-y$: $\begin{cases} -2 < x < 3 \\ +1 < -y < 4 \end{cases}$
 $-1 < x-y < 7$

حصر حاصل قسمة عددين

لتأطير $\frac{x}{y}$ نعين أولا حصرا للعدد $\frac{1}{y}$ ، نحاول أن نحصل على حصرين لأعداد كلها موجبة ثمّ نستعمل خاصية الضرب طرفا

بطرف

مثالين :

(1) علما أنّ $\begin{cases} +8 < x < 9 \\ +3 < y < 4 \end{cases}$ نستنتج أنّ: $\begin{cases} +8 < x < 9 \\ +\frac{1}{4} < \frac{1}{y} < \frac{1}{3} \end{cases}$

ثمّ بالضرب طرفا بطرف نحصل على حصر العدد $\frac{x}{y}$:
 $2 < \frac{x}{y} < 3$

(2) علما أنّ $\begin{cases} -2 < x < -1 \\ +2 < y < 3 \end{cases}$ نستنتج أنّ: $\begin{cases} +1 < -x < 2 \\ +\frac{1}{3} < \frac{1}{y} < \frac{1}{2} \end{cases}$

ثمّ بالضرب طرفا لطرف نحصل على $1 < \frac{-x}{y} < \frac{1}{3}$ ثمّ بالضرب في -1 نجد : $-1 < \frac{x}{y} < -\frac{1}{3}$

1 العمليات على المتباينات

- من أجل كل عدد حقيقي x : $a < b \Leftrightarrow a+x < b+x$
- من أجل كل عدد حقيقي $k > 0$: $a < b \Leftrightarrow ka < kb$
- من أجل كل عدد حقيقي $k < 0$: $a < b \Leftrightarrow ka > kb$
- من أجل كل a و b من نفس الإشارة: $a < b \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- من أجل كل a و b موجبان تماما : $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$
- من أجل كل a و b سالبان تماما : $a < b \Leftrightarrow a^2 > b^2$
- من أجل كل a و b موجبان تماما : $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$
- f متزايدة تماما على مجال I : $a < b \Leftrightarrow f(a) < f(b)$
- f متناقصة تماما على مجال I : $a < b \Leftrightarrow f(a) > f(b)$
- يُمكن أن نجتمع طرفا بطرف متباينتين من نفس الاتجاه
- يمكن أن نضرب طرفي متباينتين من نفس الاتجاه طرفا بطرف عندما يتعلق الأمر بأعداد موجبة تماما
- لا يُمكن طرح أو قسمة طرفا بطرف متباينتين

استعمال خواص المتباينات

- (1) أثبت أنّه من أجل $3 < x < 5$ ، فإنّ : $\frac{1}{3-x} < -\frac{1}{2}$
- (2) أثبت أنّه من أجل $x > 1$ ، فإنّ : $\frac{1}{x} < \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

حل :

(1) لِمَا $3 < x < 5$ فإنّ $-5 < -x < -3$ ، بإضافة 3 إلى كل

طرف نحصل على $-2 < 3-x < 0$ و بما الدالة مقلوب

متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 0[$ فإنّ : $\frac{1}{3-x} < -\frac{1}{2}$

(2) من أجل $x > 1$: $0 < x^2 - 1 < x^2$ و منه $\sqrt{x^2-1} < \sqrt{x^2}$

أي : $x > \sqrt{x^2-1}$ و بالتالي : $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}} > \frac{1}{x}$

2 تمارين مقترحة

(1) علماً أنّ : $\begin{cases} -2 < x < 3 \\ -4 < y < -1 \end{cases}$ ، عيّن حصرا للعدد $x-y$

(2) علماً أنّ : $\begin{cases} -2 < x < -1 \\ -4 < y < -1 \end{cases}$ ، عيّن حصرا للعدد xy

(3) علماً أنّ : $\begin{cases} +8 < x < 9 \\ +3 < y < 4 \end{cases}$ ، عيّن حصرا للعدد $\frac{x}{y}$

(4) علماً أنّ : $\begin{cases} +2 < x < 3 \\ -1 < y < 1 \end{cases}$ ، عيّن حصرا للعدد xy ▲