

## المراجعة 05

## الدالة اللوغارتمية - المتتاليات - الاحتمالات

2017-2018

## التمرين 1

★★★★☆ 45

الجزء الأول  $g$  هي الدالة المعرفة على المجال  $]0; 4]$  كما يلي :  $g(x) = 2\ln(x) - 1 + \frac{1}{x}$

1. ادرس تغيّرات الدالة  $g$  ، ثم شكّل جدول تغيّراتها

2. بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين أحدهما 1 و الآخر  $a$  يحقق :  $0,2 < a < 0,3$

3. عيّن ، حسب قيم  $x$  ، إشارة  $g(x)$

4.  $h$  هي الدالة المعرفة على المجال  $]0; 4]$  بـ :  $h(x) = [g(x)]^2$

(أ) احسب  $h'(x)$  بدلالة كل من  $g(x)$  و  $g'(x)$

(ب) عيّن إشارة  $h'(x)$  ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة  $h$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{(x-1)^2}{\ln(x)}, & x \neq 1 \\ f(1) = 0 \end{cases}$$

الجزء الثاني  $f$  هي الدالة المعرفة على المجال  $]0; 4]$  كما يلي :

( $\mathcal{C}_f$ ) هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس ( $\vec{i}, \vec{j}$ )

1. بيّن أنّ الدالة  $f$  تقبل الاشتقاق عند 1 ، ثم اكتب معادلة لـ ( $T$ ) مماس ( $\mathcal{C}_f$ ) في النقطة ذات الفاصلة 1

2. (أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]0; 1[ \cup ]1; 4]$  ،

$$f'(x) = \frac{(x-1)g(x)}{[\ln(x)]^2}$$

ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة  $f$

(ب) بيّن أنّ :  $f(a) = 2a(a-1)$  ، ثم عيّن حصرًا لـ  $f(a)$

(ج) احسب  $f(4)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$

3. (أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; 4]$  فإنّ :  $x - 1 - \ln(x) \geq 0$

(ب) ادرس وضعية ( $\mathcal{C}_f$ ) بالنسبة إلى المماس ( $T$ )

4. عيّن معادلة للمستقيم ( $T'$ ) الموازي للمماس ( $T$ ) و الذي يتقاطع مع ( $\mathcal{C}_f$ ) في النقطة ذات الفاصلة 4

5. ارسم ( $T$ ) ، ( $T'$ ) و ( $\mathcal{C}_f$ )

6. ناقش بيانها ، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  ، عدد حلول المعادلة  $f(x) = x - m$

★★★★☆ ⌚ 40

لتكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $u_0 = 2$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،

$$u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$$

1. (ا) أحسب  $u_1$  ،  $u_2$  ،  $u_3$  و  $u_4$  . تأكد أنّ  $(u_n)$  ليست حسابية و ليست هندسية

(ب) أعط تخمينا لاتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

2. (ا) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n \leq n + 3$

(ب) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$

(ج) استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

3. نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $v_n = u_n - n$

(ا) أثبت أنّ المتتالية  $(v_n)$  هي هندسية يطلب تعيين أساسها

(ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 2\left(\frac{2}{3}\right)^n + n$

(ج) أحسب نهاية المتتالية  $(u_n)$

4. من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم، نضع :  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  و  $T_n = \frac{S_n}{n^2}$

5. أكتب  $S_n$  بدلالة  $n$

6. استنتج نهاية المتتالية  $(T_n)$

★★★★☆ ⌚ 40

نعتبر صندوقين :

$U_1$  يحوي خمس كرات سوداء مرقمة 0 ، 1 ، 2 ، 3 و أربع كرات حمراء مرقمة 0 ، 1 ، 2 ، 3

$U_2$  يحوي ثلاث كرات حمراء مرقمة 0 ، 1 ، 1 و خمس كرات صفراء مرقمة 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 و كرتين سوداوين مرقمتين

0 ، 3

1. نختار أحد الصندوقين عشوائيا و نسحب منه كرة

(ا) ما احتمال أن يكون رقم الكرة المسحوبة زوجيا

(ب) إذا كان رقم الكرة المسحوبة زوجيا ما احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق  $U_1$

(ج) إذا علمت أنّ الكرة المسحوبة حمراء ما احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق  $U_2$

2. نسحب عشوائيا كرة من الصندوق  $U_1$  و كرة من الصندوق  $U_2$

و نعتبر الحدثين :  $A$  : " إحدى الكرات على الأقل تحمل الرقم 3 " و  $B$  : " مجموع رقمي الكرتين يساوي 3 "

(ا) هل الحدثان  $A$  و  $B$  مستقلان، و لماذا ؟

(ب) احسب كلا مما يلي :  $P(\bar{A})$  ،  $P(\bar{B})$  ،  $P(A \cup B)$  ،  $P(\bar{A} \cup \bar{B})$  ،  $P(\bar{A} \cap \bar{B})$  و  $P_B(A)$

(ج) احسب احتمال وقوع أحد الحدثين  $A$  أو  $B$

